

**APORTACIONES METODOLÓGICAS AL DISEÑO Y SELECCIÓN DE SISTEMAS DE  
ACCIONAMIENTO ELECTRICOS PARA MINIMIZAR LOS  
REQUERIMIENTOS DE TIEMPO, CONSUMO ENERGÉTICO Y POTENCIA  
EN MANIPULADORES CARTESIANOS CONSIDERANDO EL EFECTO DE  
CARGAS NO INERCIALES.**

**Presentado por:**

**Camilo Andrés González Olier**

**Tutor:**

**Heriberto Enrique Maury Ramírez**

**Programa:**

**Maestría en ingeniería mecánica**



**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE**

**BARRANQUILLA D.E.I.P**

**MARZO 2021**

## **CONTENIDO**

<b>1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>16</b>
<b>1.1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>16</b>
<b>1.2 JUSTIFICACIÓN</b>	<b>18</b>
<b>1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>19</b>
<b>1.4 OBJETIVOS</b>	<b>20</b>
1.4.1 Objetivo general	20
1.4.2 Objetivos específicos	20
<b>1.5 METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>21</b>
1.5.1 Objetivo específico 1	21
1.5.2 Objetivo específico 2	21
1.5.3 Objetivo específico 3	22
1.5.4 Objetivo específico 4	22
<b>1.7 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>23</b>
<b>2. ESTADO DEL ARTE</b>	<b>24</b>
<b>2.1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>24</b>
<b>2.2 ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>24</b>
<b>2.3 PERFILES DE VELOCIDAD PARA ACCIONAMIENTOS CARTESIANOS.</b>	<b>30</b>
2.3.1 Clasificación de perfiles de acuerdo con su rampa.	31
2.3.2 Clasificación de los perfiles de acuerdo con su cúspide.	32
2.3.3 Resumen de fórmulas de velocidad y aceleración máxima para los distintos perfiles	33
<b>2.4 ESTRATEGIAS DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA.</b>	<b>35</b>
2.4.1 Relación de transmisión óptima para perfiles triangulares.	38
2.4.2 Relación de transmisión óptima para perfiles trapezoidales.	40
<b>2.5 METODOLOGIA DE LA POTENCIA TRANSITORIA–ENERGIA CINETICA DOBLE.</b>	<b>42</b>
<b>2.6 METODO DEL PAR-CONSTANTE DE TIEMPO ELECTROMECAÁNICA</b>	<b>48</b>
<b>3. DESARROLLO DE MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE MANIPULADORES CARTESIANOS</b>	<b>50</b>
<b>3.1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>50</b>
<b>3.2 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE VELOCIDADES Y ACELERACIONES</b>	<b>51</b>
3.2.1 Análisis para perfiles con rampas lineales	55
3.2.2 Análisis para perfiles con rampas exponenciales	58

3.2.3	Análisis para perfiles con rampas parabólicas	61
3.2.4	Análisis para perfiles con rampas senoidales	63
3.2.5	Análisis para perfiles con rampas curva-s	66
3.3	<b>MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE FUERZAS Y PARES.</b>	69
3.3.1	Análisis para perfiles con rampas lineales	70
3.3.2	Análisis para perfiles con rampas exponenciales	71
3.3.3	Análisis para perfiles con rampas parabólicas	72
3.3.4	Análisis para perfiles con rampas senoidales	73
3.3.5	Análisis para perfiles con rampas curva-s	74
3.4	<b>MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE POTENCIA REQUERIDA</b>	75
3.4.1	Analisis para perfiles con rampas lineales	76
3.4.2	Análisis para perfiles con rampas exponenciales	77
3.4.3	Análisis para perfiles con rampas parabólicas	79
3.4.4	Análisis para perfiles con rampas senoidales	80
3.4.5	Análisis para perfiles con rampas curva-s	82
3.5	<b>MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE CONSUMO ENERGETICO</b>	83
3.5.1	Análisis para perfiles con rampas lineales	86
3.5.2	Análisis para perfiles con rampas exponenciales	87
3.5.3	Análisis para perfiles con rampas parabólicas	88
3.5.4	Análisis para perfiles con rampas senoidales	88
3.5.5	Análisis para perfiles con rampas curva-s	89
3.6	<b>MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE POTENCIA TRANSITORIA</b>	90
4	<b>METODOLOGIA DE OPTIMIZACIÓN PROPUESTA</b>	92
4.1	<b>INTRODUCCIÓN</b>	92
4.2	<b>METODOLOGIA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS DE OPERACIÓN</b>	92
4.2.1	Escenario 1: Minimización de potencia nominal	94
4.2.2	Escenario 2: Minimización de consumo energético	96
4.2.3	Escenario 3: Minimización de tiempo	96
4.3	<b>METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DEL PERFIL DE VELOCIDAD OPTIMO</b>	98
4.4	<b>METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN</b>	99
4.4.1	Escenario 1: Minimización de potencia nominal	99
4.4.2	Escenario 2: Minimización de consumo energético	104
4.4.3	Escenario 3: Minimización de tiempo	107

<b>4.5</b>	<b>METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES</b>	<b>107</b>
4.5.1	Relación de transmisión optima en perfiles triangulares.	107
4.5.2	Relación de transmisión optima en perfiles trapezoidales.	109
<b>4.6</b>	<b>METODOLOGIA DE LA POTENCIA TRANSITORIA-ENERGÍA CINETICA DOBLE CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES Y RAMPAS NO LINEALES</b>	<b>112</b>
<b>4.7</b>	<b>METODOLOGIA GLOBAL</b>	<b>115</b>
4.7.1	Diseño de especificaciones	118
4.7.2	Diseño conceptual	118
4.7.3	Etapas 1: Caracterización del espacio de operación	119
4.7.4	Etapas 2: Definición de operaciones	119
4.7.5	Etapas 3: Caracterización de cargas	120
4.7.6	Etapas 4: Definición de la estrategia de optimización	120
4.7.7	Etapas 5: Definición de la estrategia de movimiento	120
4.7.8	Etapas 6: Preselección de motores	121
4.7.9	Etapas 7: Selección definitiva de accionamientos	121
<b>5</b>	<b>IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGIA PROPUESTA</b>	<b>122</b>
5.1	INTRODUCCIÓN	122
5.2	DESCRIPCIÓN DE CASOS DE ESTUDIO	122
5.2.1	Caso de estudio 1: Grúa para manipulación de carga en puertos.	122
5.2.2	Caso de estudio 2: Manipulador para analizador de muestras clínicas.	123
5.2.3	Protocolo de validación de la metodología para definir la estrategia de movimiento.	124
5.2.4	Protocolo de validación del método P-W modificado	125
5.2.5	Protocolo de validación método de relación de transmisión optima modificado	125
<b>5.3</b>	<b>VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA EN LOS CASOS DE ESTUDIO</b>	<b>126</b>
5.3.1	Caso de estudio 1: Grúa para manipulación de carga en puertos.	126
5.3.2	Caso de estudio 2: Manipulador para analizador de muestras clínicas.	145
5.3.3	Validación de metodología para definir la estrategia de movimiento	167
5.3.4	Validación del método P-W modificado	169
5.3.5	Validación de método de relación de transmisión optima modificado	171
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>175</b>
6.1	CONCLUSIONES	175
6.2	RECOMENDACIONES Y OPORTUNIDADES DE INVESTIGACIÓN	177

<b>ANEXO 1. INFORMACIÓN TÉCNICA DE MOTORES CANDIDATOS PARA EL METODO PAR-CONSTANTE ELECTROMECAÁNICA.</b>	<b>179</b>
<b>ANEXO 2. RESULTADOS ESCENARIOS ALTERNATIVOS DE ESTRATEGÍAS DE MOVIMIENTO</b>	<b>179</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>182</b>

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Antecedentes de investigación.	23
Tabla 2. Velocidades y aceleraciones máximas de perfiles de velocidad	31
Tabla 3. Curva de motor: Ejemplo método P-W	43
Tabla 4. Variación de velocidad contra tiempo	44
Tabla 5. Parámetros de motor: Método par-constante de tiempo electromecánica	48
Tabla 6. Instante en el cual ocurre la aceleración máxima	52
Tabla 7. Variación de la aceleración en términos de la aceleración triangular	70
Tabla 8. Consumos energéticos por perfil	86
Tabla 9. Zonas óptimas de operación para minimizar potencias en perfiles lineales	102
Tabla 10. Zonas óptimas de operación para minimizar potencias en perfiles parabólicos	103
Tabla 11. Zonas óptimas de operación para minimizar potencias en perfiles senoidales y curva-s	104
Tabla 12. Escenarios: Relación de transmisión ideal caso triangular	109
Tabla 13. Escenarios: Relación de transmisión ideal caso trapezoidal	111
Tabla 14. Escenarios: Potencia transitoria considerando cargas no inerciales	115
Tabla 15. Métricas sugeridas	119
Tabla 16. Especificaciones: Caso de estudio 1	123
Tabla 17. Especificaciones: Caso de estudio 2	124
Tabla 18. Escenarios de comparación	126
Tabla 19. Límites cinemáticos: Caso de estudio 1	128
Tabla 20. Fuerzas por operación: Caso de estudio 1	129
Tabla 21. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal.	131
Tabla 22. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal	132
Tabla 23. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de consumo energético	132
Tabla 24. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal	133
Tabla 25. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de tiempo	134
Tabla 26. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de tiempo	134
Tabla 27. Requerimientos de cada accionamiento: Caso de estudio 1	135
Tabla 28. Caso de estudio 1: Motores preseleccionados	136
Tabla 29. Resultados del método P-W Caso de estudio I	142
Tabla 30. Selección de relaciones de transmisión. Caso de estudio I	144
Tabla 31. Resumen método par-constante electromecánica caso de estudio I	145
Tabla 32. Selección definitiva de sistema de accionamiento. Caso de estudio I	146
Tabla 33. Límites cinemáticos: Caso de estudio 2	149
Tabla 34. Fuerzas por operación: Caso de estudio 2	150
Tabla 35. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de potencia nominal.	153
Tabla 36. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de potencia nominal	154
Tabla 37. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de consumo energético.	154
Tabla 38. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de consumo energético	156

<b>Tabla 39. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de tiempo</b>	<b>156</b>
<b>Tabla 40. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de tiempo</b>	<b>157</b>
<b>Tabla 41. Requerimientos de cada accionamiento: Caso de estudio 2</b>	<b>158</b>
<b>Tabla 42. Caso de estudio 2: Motores preseleccionados</b>	<b>158</b>
<b>Tabla 43. Resultados del método P-W Caso de estudio II</b>	<b>165</b>
<b>Tabla 44. Selección de relaciones de transmisión. Caso de estudio II</b>	<b>166</b>
<b>Tabla 45. Resumen método par-constante electromecánica caso de estudio II</b>	<b>168</b>
<b>Tabla 46. Selección definitiva de sistema de accionamiento. Caso de estudio II</b>	<b>168</b>
<b>Tabla 47. Comparación de resultados entre distintas estrategias de movimiento. Caso de estudio I</b>	<b>169</b>
<b>Tabla 48. Comparación de resultados entre distintas estrategias de movimiento. Caso de estudio II</b>	<b>170</b>
<b>Tabla 49. Comparación método P-W modificado y método P-W tradicional</b>	<b>171</b>
<b>Tabla 50. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje x, Opción 2</b>	<b>173</b>
<b>Tabla 51. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje y, Opción 2</b>	<b>173</b>
<b>Tabla 52. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje z, Opción 3</b>	<b>174</b>
<b>Tabla 53. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje x, Opción 3</b>	<b>174</b>
<b>Tabla 54. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje y, Opción 1</b>	<b>175</b>
<b>Tabla 55. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje z, Opción 3</b>	<b>175</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Cronograma del proyecto	19
Figura 2. Comparación de diversas rampas de perfiles de velocidad para cúspide angular.	33
Figura 3. Comparación de perfiles de velocidad según su cúspide para rampas lineales.	33
Figura 4. Esquema general, sistema de accionamiento	34
Figura 5. Relación entre parámetros del accionamiento	35
Figura 6. Efecto de la relación de transmisión en el tiempo requerido: Perfil triangular	38
Figura 7. Efecto de la relación de transmisión en el tiempo requerido: Perfil trapezoidal	40
Figura 8. Curva del sistema. Diagrama P-W	45
Figura 9. Curva del motor: Diagrama P-W	46
Figura 10. Curva de accionamientos tangenciales	47
Figura 11. Proporción entre la velocidad máxima y la velocidad máxima triangular	52
Figura 12. Proporción entre la aceleración máxima y la aceleración triangular	53
Figura 13. Influencia de la saturación en la razón de velocidades en el perfil lineal.	56
Figura 14. Influencia de la saturación en la razón de aceleraciones en el perfil lineal.	57
Figura 15. Razón de velocidades en perfil exponencial	59
Figura 16. Razón de aceleraciones en perfil exponencial	60
Figura 17. Razón de velocidades en perfil parabólico	62
Figura 18. Razón de aceleraciones en perfil parabólico	63
Figura 19. Razón de velocidades en perfil senoidal	65
Figura 20. Razón de aceleraciones en perfil senoidal	66
Figura 21. Razón de velocidades en perfil curva-s	68
Figura 22. Razón de aceleraciones en perfil curva-s	69
Figura 23. Influencia de la saturación en la razón de cargas en el perfil lineal	71
Figura 24. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil exponencial	72
Figura 25. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil parabólico	73
Figura 26. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil senoidal	74
Figura 27. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil curva s	75
Figura 28. Influencia de la saturación en la razón de potencias mecánicas en el perfil lineal	77
Figura 29. Influencia de la saturación en la razón en la potencia requerida en perfil lineal (respecto al mínimo).	77
Figura 30. Razón de potencias en perfil exponencial	78
Figura 31. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil exponencial	79
Figura 32. Razón de potencias en perfil parabólico	80
Figura 33. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil parabólico	80
Figura 34. Razón de potencias en perfil senoidal	82
Figura 35. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil senoidal	82
Figura 36. Razón de potencias en perfil curva-s	83
Figura 37. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil curva-s	83
Figura 38. Perfil de fuerzas $C=0$ y $C=2$ para saturación $1/3$ .	84
Figura 39. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil lineal	87
Figura 40. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil exponencial	88
Figura 41. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil parabólico	89



<b>Figura 42. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil senoidal</b>	90
<b>Figura 43. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil curva-s</b>	91
<b>Figura 44. Potencia transitoria en función de la saturación</b>	92
<b>Figura 45. Saturaciones óptimas para perfiles lineales</b>	101
<b>Figura 46. Saturaciones óptimas para perfiles parabólicos</b>	102
<b>Figura 47. Saturaciones óptimas para perfiles senoidales y curva-s</b>	102
<b>Figura 48. Razón de consumos respecto al valor mínimo en perfiles no parabólicos</b>	106
<b>Figura 49. Razón de consumos respecto al valor mínimo en perfiles parabólicos</b>	107
<b>Figura 50. Relación de transmisión ideal para perfiles triangulares considerando cargas no inerciales</b>	110
<b>Figura 51. Relación de transmisión ideal para perfiles trapezoidales considerando cargas no inerciales</b>	112
<b>Figura 52. Variación de la curva P-W en un perfil lineal</b>	113
<b>Figura 53. Variación de la curva P-W en un perfil cuadrático</b>	114
<b>Figura 54. Variación de la curva P-W en un perfil senoidal/curva s</b>	114
<b>Figura 55. Efecto de las cargas no inerciales en los requerimientos de potencia transitoria</b>	116
<b>Figura 56. Metodología propuesta</b>	118
<b>Figura 57. Espacio de trabajo: Caso de estudio 1</b>	127
<b>Figura 58. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.</b>	137
<b>Figura 59. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.</b>	138
<b>Figura 60. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.</b>	138
<b>Figura 61. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético</b>	139
<b>Figura 62. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético</b>	140
<b>Figura 63. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético</b>	140
<b>Figura 64. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de tiempos</b>	141
<b>Figura 65. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de tiempos</b>	142
<b>Figura 66. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de tiempo</b>	142
<b>Figura 67. Espacio de trabajo: Caso de estudio 2</b>	147
<b>Figura 68. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal</b>	160
<b>Figura 69. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal</b>	160
<b>Figura 70. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal</b>	161
<b>Figura 71. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético</b>	162
<b>Figura 72. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético</b>	162
<b>Figura 73. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético</b>	163
<b>Figura 74. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de tiempos</b>	164
<b>Figura 75. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de tiempos</b>	164
<b>Figura 76. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de tiempos</b>	165

## NOMENCLATURA

### SIMBOLO

### SIGNIFICADO

$\delta$	Desplazamiento
$t$	Tiempo (Variable)
$T$	Tiempo total
$v, V$	Velocidad
$a$	Aceleración
$\zeta$	Saturación del perfil de velocidad
$\Gamma$	Constante de tiempo electromecánica
$\omega$	Velocidad angular
$\theta$	Angular
$\tau$	Tiempo adimensionalizado
$k$	Factor k
$K$	Constante de la fuerza electromotriz.
$b$	Constante de amortiguamiento
$F_s$	Factor de seguridad
$M$	Momento
$\alpha$	Aceleración angular
$J$	Inercia rotacional

$i$	Relación de transmisión
$\eta$	Eficiencia
$C$	Razón de cargas
$L$	Inductancia
$f$	Función
$P$	Potencia
$Pd$	Productividad de diseño
$W$	Energía cinética doble/Trabajo neto <sup>1</sup>
$g$	Constante de gravedad
$C_f$	Coefficiente de resistencia a la rodadura

## SUBINDICES

## SIGNIFICADO

$eq$	Equivalente
$max$	Máximo
$min$	Mínimo
$c$	Ciclo
$\Delta$	Triangular
$m$	Masa

---

<sup>1</sup> Cuando este símbolo se utilice para hacer referencia al trabajo neto se agregará el subíndice n.

<i>l</i>	Asociado al receptor
<i>v</i>	Asociado a velocidad constante
<i>a</i>	Asociado a aceleración
<i>d</i>	Asociado a desaceleración
<i>ad</i>	Asociado a aceleración y desaceleración a la vez.
<i>e</i>	Entrada
<i>s</i>	Salida
<i>i</i>	Inercial
<i>Ni</i>	No inercial
<i>n</i>	Neto
<i>sup</i>	Superpuesto

## GLOSARIO

**Accionamiento:** Sistema mecánico compuesto por motor, transmisión y accesorios que tiene como objetivo transmitir potencia mecánica a una maquina o sistema denominado receptor.

**Cargas inerciales:** Son las fuerzas/momentos requeridas por el accionamiento para vencer la inercia de un sistema mecánico.

**Cargas no inerciales:** Son las fuerzas/momentos requeridas por el accionamiento para vencer aquellas fuerzas que no están asociadas a la inercia de un sistema mecánico.

**Configuración del manipulador:** Conjunto de características referentes a la conexión de los eslabones del manipulador, la cual define sus entradas de movimiento y el lazo vectorial del mecanismo.

**Diseño de especificaciones:** Etapa de diseño en la cual se definen las métricas e indicadores mínimos que debe satisfacer un diseño o producto para ser considerado funcional y/o competitivo.

**Diseño conceptual:** Etapa de diseño en la cual se lleva a cabo una descomposición funcional del problema a resolver y se escogen las alternativas tecnológicas más aptas para resolver cada función o tarea, mediante reglas de diseño.

**Diseño básico:** Etapa de diseño en la cual se definen los subsistemas de un diseño y se preseleccionan los respectivos componentes.

**Diseño de detalle:** Etapa de diseño en la cual se lleva a cabo la selección definitiva de los componentes del sistema a diseñar.

**Estrategia de movimiento:** Es el conjunto de decisiones referentes a la forma en como un sistema mecánico se movilizará, tales como la distribución de tiempos, tipo de perfil de velocidad y saturación del perfil de velocidad.

**Jerking:** Tasa de cambio de la aceleración de un sistema mecánico con respecto al tiempo.

**Manipulador:** Es un sistema mecánico cuyo propósito es desplazar una masa.

**Perfil de velocidad:** Es la ecuación de la velocidad de un sistema mecánico en función del tiempo. La fracción del tiempo total en un ciclo de arranque-movimiento a velocidad constante-frenado en la que el sistema se mueve a velocidad constante se conoce como saturación del perfil de velocidad.

**Potencia transitoria:** Es la capacidad de un sistema mecánico para absorber o entregar potencia a una tasa específica.

**Saturación de perfil de velocidad:** Es el cociente entre el tiempo en el cual un sistema se mueve a velocidad constante durante la ejecución de un movimiento específico y el tiempo de movimiento total.

**Tiempo de asentamiento:** Es el tiempo requerido para que la variable de respuesta en un sistema dinámico se comporte de manera estacionaria ante un cambio determinado en la variable de entrada.

**Tiempo muerto:** Es el tiempo en el cual se lleva a cabo una operación, pero el sistema mecánico permanece inmóvil.

## RESUMEN

Esta tesis de maestría se centra en el desarrollo de una metodología para el diseño y selección de sistemas de accionamiento eléctricos para manipuladores cartesianos, considerando el efecto de cargas no inerciales. El propósito de esta metodología es brindar al diseñador una secuencia de pasos lógicos que permitan llevar a cabo el proceso de diseño de estos sistemas, apuntando a la optimización de las variables tiempo requerido, consumo energético y/o potencia nominal requeridas, de acuerdo con el contexto operacional relacionado y considerando, las prioridades establecidas según las necesidades identificadas. Así mismo, dentro del marco metodológico propuesto, se proponen lineamientos de diseño y se indican las herramientas y métodos que es conveniente y oportuno utilizar dentro de la secuencia de pasos lógicos definidos. La estructuración de esta metodología se fundamenta en una extensa revisión del estado del arte referente a las metodologías y herramientas desarrolladas hasta la fecha en esta área, y en el desarrollo y análisis de modelos dinámicos enfocados a caracterizar el impacto de las decisiones tomadas en el proceso de diseño sobre parámetros de desempeño relevantes, como los enumerados arriba.

En esta tesis se determinan los beneficios potenciales que pueden obtenerse en el desempeño de sistemas de accionamiento eléctricos para manipuladores cartesianos al evaluar la incidencia de factores asociados a su síntesis y selección, tales como la distribución de tiempos de las operaciones en el ciclo de movimiento, relación de transmisión, selección de saturación y definición del perfil de velocidad en función de las operaciones realizadas por el mecanismo de acuerdo con su contexto operacional. Los factores anteriores definen la estrategia de movimiento y en esta investigación se analiza su incidencia en el desempeño final de la solución desarrollada. Dentro del conjunto de métodos identificado en los antecedentes, se han considerado los métodos *Par-Contante de tiempo electromecánica* y el *método potencia transitoria-energía cinética doble* [1]–[3] para la preselección de motores, este último fue ajustado para incluir cargas de tipo no inercial, y complementado con el uso del método *par-constante de tiempo electromecánica* [3], [4] para la identificación de combinaciones motor-transmisión óptima que optimicen la entrega de potencia y energía al receptor.

Los beneficios de la metodología desarrollada se comprobaron mediante su aplicación a dos casos de estudio, que son distintos y representativos de contextos operacionales reales, dentro de

los cuales caen la mayor parte de aplicaciones reales de manipuladores: a) *Contextos donde las cargas no inerciales son de gran significancia*: Un manipulador de carga en puertos representa fielmente a este contexto, y b) *contextos donde las carga no inerciales son poco significativas*: un manipulador para análisis de sangre en muestras clínicas. Dichos casos de estudio fueron seleccionados para validar la metodología en dos escenarios antagónicos, en los cuales los tiempos, los desplazamientos, la magnitud de las cargas, número de operaciones y la proporción entre las cargas inerciales y no inerciales son sustancialmente diferentes. Los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados que hubiese sido obtenidos, sin la aplicación de la metodología propuesta, observándose beneficios importantes de desempeño como los asociados a tiempo de movimiento, potencia y energía necesarias que demuestran la conveniencia de utilizar la metodología desarrollada.

## **1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.1 INTRODUCCIÓN**

El adecuado diseño y selección de sistemas de accionamiento es clave en la automatización de manipuladores, porque se ha comprobado que ofrece ventajas a múltiples industrias, en el desarrollo de procesos repetitivos de manipulación de carga en un espacio de trabajo definido, lográndose beneficios en términos de reducción de la exposición del personal a riesgos, mejora en tiempos y en flexibilidad operacional, que redundan en el aumento de la ventaja competitiva industrial de los sectores usuarios de estas tecnologías.

Los manipuladores pueden tener varias configuraciones, tales como configuraciones SCARA, cilíndricas, esféricas y cartesianas. Cada una de estas configuraciones permite llevar a cabo el posicionamiento del manipulador mediante una serie de desplazamientos angulares y/o lineales llevados a cabo por los distintos elementos del manipulador en función de sus grados de libertad. Dentro de estas configuraciones, los manipuladores cartesianos destacan debido a su gran versatilidad y simplicidad de diseño, debido a que la posición final se logra mediante desplazamientos independientes en los ejes cartesianos X, Y y Z.

Debido a la importancia de los sistemas de accionamiento a nivel industrial, varios investigadores han desarrollado metodologías o herramientas que tienen como propósito brindar



una serie de ayudas y lineamientos al ingeniero para facilitarle el diseñar sistemas de accionamientos para manipuladores que puedan ser más competitivos, generando recomendaciones que le orienten en el proceso de diseño para la optimización de determinadas variables relevantes.

Las investigaciones y aportaciones desarrolladas en esta área se han enfocado en la minimización de tiempo de movimientos, para mejorar tasas de producción o de manipulación, esta investigación los complementa generando resultados que conducen a la optimización del consumo energético y la potencia requerida, aspectos que no sólo inciden en la economía de la solución en términos de los costos operativos y de inversión sino que contribuyen al desarrollo de soluciones más sostenibles en términos del consumo de energía en su ciclo de vida, porque reducen éste en la fase de uso y los recursos necesarios al disminuirse drásticamente el tamaño del accionamiento. Adicionalmente esta investigación aborda el problema de la minimización de consumo energético y potencia nominal incluyendo las cargas no inerciales, problemática no estudiada en trabajos similares [1]–[3] y la incidencia de la selección de los perfiles de velocidad y la saturación a utilizar, distintos a los perfiles triangulares y trapezoidales, perfiles a los cuales se han limitado otros autores [1], [3]–[5] limitan sus estudios a los perfiles triangulares y trapezoidales.

En conclusión, este trabajo aborda el más completo conjunto de variables que pueden incidir en la magnitud de los requerimientos técnicos, económicos y energéticos en el diseño de los accionamientos de un manipulador con repercusiones importantes y favorables en su sostenibilidad, tamaño, tasa de manipulación y consumo energético.

Este propósito conlleva a la necesidad de desarrollar una metodología para el diseño de sistemas de accionamiento de manipuladores cartesianos que permita tomar decisiones que contribuyan a la minimización de requerimientos técnicos y económicos de estos sistemas, con el fin de mejorar su desempeño y productividad.

Este capítulo tiene como propósito exponer los antecedentes, los objetivos, las limitaciones y la metodología de investigación que fue llevada a cabo para el desarrollo de este estudio.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

La configuración cartesiana para manipuladores robóticos es un tipo de configuración cinemática ampliamente utilizada a nivel industrial, debido a su facilidad de diseño, control y a que permite el manejo de cargas elevadas sin que la configuración operacional de los eslabones, o postura del brazo y las juntas afecten el impacto de la matriz de inercia del manipulador. Así mismo, esta tipología de manipuladores tiene una característica única y es que el conjunto de posiciones singulares dentro del espacio de trabajo es nulo.

El diseño de sistemas de accionamiento para manipuladores es una labor presente en distintos sectores industriales debido a las necesidades de automatización en el mercado, las cuales permiten aumentar la productividad de las empresas. La automatización de procesos y/o tareas por medio de robots es cada vez más común y está presente en más y más áreas, se puede encontrar en el campo de la agricultura [1]–[3], la industria alimentaria [4], la manufactura [5]–[16] e incluso la medicina [17], [18].

Metodologías para el diseño de sistemas de accionamientos, como la de la potencia transitoria han sido implementados de manera exitosa en proyectos de empresas internacionales, entre otros, como Sadect S.A, y BIOSYSTEMS S.A para el diseño de diversos sistemas de accionamiento [19], con el propósito de optimizar el desempeño dinámico de las soluciones de ingenierías generadas.

Desde el punto de vista económico, esta tesis pretende aportar a los diseñadores de estas soluciones, el desarrollo y validación de herramientas metodológicas útiles para el diseño de general manipuladores, pero que en principio con esta tesis de maestría se validan para manipuladores cartesianos; no obstante, como minimizan la potencia necesaria en las juntas, el tiempo de movimiento y las necesidades energéticas, serán útiles en la mejora de competitividad de los sectores de aplicación.

El impacto económico radica en que el sistema de accionamiento en manipuladores influye de manera considerable en el costo de las instalaciones, en la medida que sus factores cinéticos y cinemáticos determinan el costo inicial y de operación de los sistemas de accionamiento, de transmisión y de los accesorios que hagan parte de la instalación, ya que en últimas éstos dependen de las condiciones dinámicas en las cuales se decide o requiere que opere el sistema. También determinan el costo de mantenimiento puesto que la vida útil, el monto por recambio de repuestos

depende de tanto de los principios de operación elegidos en el diseño para los componentes del accionamiento, como de las solicitaciones cinemáticas y dinámicas inherentes, que son parte de las decisiones tomadas en el proceso diseño y para las cuales esta metodología ofrece una solución.

Desde el punto de vista de la sostenibilidad, esta tesis contribuye al diseño óptimo de uno de los subsistemas más importantes en cuanto sostenibilidad de las máquinas, los accionamientos, disminuyendo su tamaño, las solicitaciones dinámicas y cinemáticas involucradas y el consumo energético necesario para su operación. En consecuencia, al reducir el consumo energético asociado a la producción o manipulación, se incide de forma importante sobre el impacto ambiental, energético y operacional de las soluciones en su ciclo de vida, factor que cada vez es considerado con mayor fuerza en el desarrollo de las soluciones industriales [20].

Finalmente, esta investigación se justifica desde el punto de vista académico, puesto que su finalidad es desarrollar aportaciones para llenar vacíos identificados en levantamiento en el estado del arte referente al diseño y síntesis de sistemas de accionamiento para manipuladores, permitiendo la inclusión de parámetros adicionales que generan nuevas oportunidades de optimización y sirven de base técnica y científica en la comprensión, estudio y diseño de este tipo de sistemas.

### **1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Como el uso de sistemas de accionamiento para manipuladores cartesianos es clave en la automatización de múltiples procesos industriales, esto ha llevado a los ingenieros al desarrollo de metodologías para mejorar su proceso de diseño y selección.

En la literatura se puede encontrar trabajos de investigación para selección y análisis de accionamientos, pero estos no consideran el diseño y selección de sistemas de accionamiento optimizando a la vez tres aspectos sumamente relevantes, el tiempo, el consumo energético y la potencia requerida, variables técnicas que finalmente inciden en la tasa de producción, el impacto energético y costos tanto iniciales como operativos, es decir sobre la sostenibilidad y economía de las soluciones desarrolladas, implicando un proceso que requiere la toma de múltiples decisiones y análisis.

Considerando la problemática descrita, y teniendo en cuenta que inicialmente la tesis se ha comprobado sobre las configuraciones cartesianas, esta investigación tiene como propósito

resolver el siguiente interrogante: **¿Qué conjuntos de actividades deben ser llevados a cabo durante el proceso de diseño de un sistema de accionamiento para manipuladores cartesianos con el fin de obtener valores óptimos en cuanto a tiempo requerido, potencia requerida y/o consumo energético?**, es importante recalcar que para aplicar esta metodología ya se debe haber elegido la configuración del manipulador (Cartesiano, esférico, cilíndrico, etc.), Las implicaciones de la configuración del manipulador sobre aspectos de desempeño y sostenibilidad ya fueron estudiadas en trabajos previos [3].

## **1.4 OBJETIVOS**

### **1.4.1 Objetivo general**

- Desarrollar y evaluar una metodología para el diseño y selección de sistemas de accionamiento de manipuladores cartesianos orientada a minimizar los requerimientos de potencia, consumo energético y/o tiempo de movimiento del manipulador.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

- Determinar los parámetros relevantes en la definición de la estrategia de movimiento que inciden en la minimización de los requerimientos de tiempo, potencia y consumo energético en manipuladores cartesianos.
- Desarrollar un método adaptado para determinar la relación de transmisión óptima para minimización de tiempos incluyendo las cargas no inerciales.
- Desarrollar un método para el diseño y selección de sistemas de accionamiento de manipuladores cartesianos que soporte la toma de decisiones asociadas a la definición de la estrategia de movimiento.
- Comprobar la funcionalidad del método desarrollado, mediante su aplicación a casos de estudio distintos.

## 1.5 METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

Para alcanzar los objetivos específicos propuestos en la presente investigación, se definieron una serie de fases y/o actividades por cada objetivo. El cronograma de estas fases se muestra en la **Figura 1.**

**Figura 1. Cronograma del proyecto**

		Revisión del estado del arte referente a metodologías	Análisis de parámetros relevantes	Revisión del estado del arte referente a parámetros en la estrategia de movimiento	Desarrollo de modelos matemáticos	Evaluación de la propuesta de tesis de maestría	Desarrollo de la metodología de diseño	Validación de la metodología
	Actividad							
	Objetivo	1	1	2	2	---	3	4
Trimestre	2019	Julio-Septiembre						
		Octubre-Diciembre						
		Enero-Marzo						
	2020	Abril-Junio						
		Julio-Septiembre						
		Octubre-Diciembre						

### 1.5.1 Objetivo específico 1

- **Fase 1. Revisión del estado del arte:** En esta fase se busca revisar en la literatura científica las investigaciones relacionadas con la definición de parámetros en la estrategia de movimiento, lo cual permitirá identificar posibles parámetros para optimizar esta estrategia. Adicionalmente, esta fase tiene como propósito recopilar antecedentes de investigaciones en el campo de metodologías para selección de accionamientos, con el propósito de fortalecer las bases teóricas de este trabajo, por lo cual esta fase se llevará a cabo a lo largo de todo el proceso de investigación.
- **Fase 2. Análisis de efectos de los parámetros:** Una vez identificados los parámetros involucrados en la estrategia de movimiento con base en la fase 1, se desarrollarán modelos matemáticos que permitan cuantificar el efecto de los parámetros de la estrategia de movimiento en los requerimientos de tiempo, potencia y consumo energético, para posteriormente establecer la metodología de diseño.

### 1.5.2 Objetivo específico 2

- **Fase 1. Revisión del estado del arte:** En esta fase se busca revisar en la literatura científica las investigaciones relacionadas con la selección de la relación de transmisión óptima para accionamientos rápidos. Esta fase permitirá determinar los alcances de los métodos para selección de relación de transmisión óptima con el fin de proponer mejoras.

- **Fase 2. Desarrollo de un modelo para determinar la relación de transmisión optima.**  
En esta fase se adaptarán los modelos y criterios existentes para contemplar el efecto de las cargas no inerciales en la determinación de la relación de transmisión optima.

### 1.5.3 Objetivo específico 3

- **Fase 1: Desarrollar una metodología para el diseño y selección de sistemas de accionamiento:** Basado en los resultados de los objetivos específicos 1 y 2, desarrollar una metodología que tenga como finalidad el diseño y selección de sistemas de accionamiento desde la estrategia de movimiento, mostrando la secuencia lógica de ajuste de los parámetros de optimización encontrados sobre el desempeño del sistema de accionamiento.

### 1.5.4 Objetivo específico 4

- **Fase 1. Verificar la funcionalidad del método desarrollado:** Finalmente, la metodología será validada en dos casos de estudio, para mostrar la bondad de sus resultados en comparación a un proceso análogo en el cual no se ejecutará la metodología propuesta.

## 1.6 CONTRIBUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación contribuye con el desarrollo de una metodología para la definición de la estrategia de movimiento en manipuladores cartesianos, sino que además se plantean las distintas herramientas para apoyar al ingeniero en la toma de decisiones durante las distintas etapas del proceso de diseño, desarrollando aportes al conocimiento formal necesario y se indica con integrar los resultados de metodologías previas en una única metodología global. Los parámetros de optimización considerados durante esta investigación incluye un primer grupo de variables que están asociadas o definen la estrategia de movimiento, estas son:

- Distribución de tiempo entre ciclos.
- Perfil de velocidad óptimo.
- Saturación optima.

Adicional a esto, se considerará como variable a optimizar, la relación de transmisión óptima para la minimización del tiempo de movimiento.

Las variables por optimizar en la presente metodología fueron las siguientes:

- Potencia nominal requerida.
- Consumo energético.
- Tiempo de movimiento.

Además, se realiza un análisis riguroso del estado del arte en cuanto a las metodologías existentes en la literatura técnica para la síntesis y selección de accionamientos, identificando el enfoque y el alcance de cada una.

## **1.7 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN**

Esta tesis de maestría se encuentra dividida en 6 capítulos o secciones, en las cuales se abordarán distintos aspectos de la investigación. Cada uno de estos capítulos a su vez, tendrá una serie de subcapítulos con información más específica, para organizar y diferenciar de manera más apropiada el contenido de la tesis.

En el **capítulo 1. “Diseño de la investigación”**, se presenta al lector la problemática que se desea solucionar con esta investigación, los objetivos y metodología empleada para alcanzar los mismos.

En el **capítulo 2. “Estado del arte”**, se presenta al lector los resultados de la revisión bibliográfica llevada a cabo para identificar los antecedentes pertinentes a esta tesis de maestría y de esa manera estructurar y desarrollar la metodología de diseño y selección de sistemas de accionamiento propuesta.

Posteriormente en el **capítulo 3 “Desarrollo de modelos matemáticos para el análisis de manipuladores cartesianos”**, se ejecuta todo el desarrollo matemático para modelar o predecir la respuesta de los manipuladores cartesianos ante la variación de sus distintos parámetros de entrada.

En el **capítulo 4 “Metodología de optimización propuesta”**, se recurre al desarrollo matemático llevado a cabo en el capítulo 3 para estructurar una metodología que permita optimizar la síntesis de accionamientos según las prioridades asociadas al caso. Dicha metodología se verifica mediante su aplicación a dos casos de estudio en el capítulo 5 **“Implementación de la metodología propuesta”**.

Finalmente, en el capítulo “6. Conclusiones y recomendaciones” se sintetizan los principales hallazgos de la investigación y se dan algunas recomendaciones para futuros trabajos, enfocados en posibilidades de investigación encontradas en esta área.

## **2. ESTADO DEL ARTE**

### **2.1 INTRODUCCIÓN**

La importancia del diseño y selección de sistemas de accionamiento para manipuladores en términos generales ha sido reconocida por diversos autores [19], [21]–[23], lo cual ha conllevado al desarrollo de diversas metodologías y/o herramientas para facilitar dichos procesos.

Dentro de las investigaciones recopiladas, se encuentran aquellas que estudian el impacto de la relación de transmisión como parámetro de optimización [19], [24]–[26], metodologías para accionamientos rápidos [21], [23] métodos para selección y dimensionamiento de accionamientos bajo régimen de carga dinámica [27], [28], investigaciones en cuanto a las ventajas y desventajas de los distintos tipos de perfiles de velocidad [29]–[31] de acuerdo a su aplicación, la discusión de métodos iterativos o conceptuales [32]–[35] e incluso el uso de sistemas expertos [36].

Estas metodologías tienen distintos enfoques, entre las cuales se destaca la minimización de los tiempos de movimiento [19], [24]–[26], la minimización de la energía consumida [32], [37], [38], o garantizar el desempeño dinámico de los sistemas [39].

El propósito de este capítulo es sintetizar los resultados obtenidos de la revisión del estado del arte, los cuales servirán como sustento teórico para el desarrollo de la metodología de diseño que será discutida en el capítulo 4.

### **2.2 ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN**

Dentro de la literatura, existen diversos enfoques en el área de diseño y selección de accionamientos para manipuladores cartesianos. Algunas de estas metodologías abarcan el proceso de síntesis del sistema de accionamiento, mientras que otras se enfocan en el proceso final de selección. La **Tabla 1** muestra un resumen de los resultados de la revisión del estado del arte.

**Tabla 1. Antecedentes de investigación.**



#	Publicación	Autor	Tipo	Año	Resumen
1	Work distribution of multiple cartesian robot arms for kiwifruit harvesting	Josh Barnett; Mike Duke; Chi Kit Au; Shen Him Lim	Artículo de investigación	2020	En este Artículo se expone una metodología para el diseño y distribución de trabajo para un robot cartesiano de múltiples brazos para la cosecha de Kiwi [40].
2	A methodology for the selection of industrial robots in food handling	Farah Bader; Shahin Rahimifard	Artículo de investigación	2020	En este trabajo se presenta una metodología para seleccionar la configuración adecuada de manipuladores robóticos para el manejo de insumos en la industria alimentaria, contemplando las configuraciones paralelas, articuladas y cartesianas [4].
3	Agricultural robotics research applicable to poultry production: A review	Tao Lin, Quoqiang Ren	Artículo de revisión	2020	En este artículo de revisión se muestran los conceptos y alternativas robóticas utilizados en el cultivo y manejo de aves de corral [41].
4	Robot assisted additive manufacturing: A Review	Pinar Urhal; Andrew Weightan	Artículo de revisión	2019	Este Artículo muestra una revisión de los avances y prospectos de los manipuladores robóticos en la manufactura aditiva [7].
5	Achievements in robotic automation of solvent extraction and related approaches for bioanalysis of pharmaceuticals	Alexovic, M	Artículo de investigación	2018	Se muestran los principales avances y prospectos para el uso de manipuladores robóticos en los análisis farmacéuticos y biológicos [17].
6	Medical robots with potential applications in participatory and opportunistic remote sensing: A review	D, Morteza.	Artículo de revisión	2017	En este artículo se muestran los principales avances y prospectos del uso de manipuladores robóticos como robots médicos [18].
7	“Choice of motor and transmission in mechatronic applications: Non-rectangular dynamic range of the drive system,” Mechanism and. Machine Theory.	G. Cusimano	Artículo de investigación	2015	En este artículo se aborda la elección de la pareja motor-transmisión adecuado para mover una articulación en función del rango de funcionamiento dinámico del sistema de accionamiento, introduciendo el caso en el que su curva límite depende de la velocidad del motor de forma general. Se propone un método gráfico que permite al diseñador excluir algunos sistemas de accionamiento y encontrar un conjunto de relaciones de transmisión que pueden acoplarse con el motor [42].
8	“Contribució a les bases metodològiques per a la selecció i dimensionament de l’accionament i la transmissió per a moviments ràpids, en base al mètode $P-K$ ”.	Carles Domènech, C	Tesis doctoral	2015	Este trabajo presenta una metodología de selección de motores y transmisiones para movimientos rápidos basada en el método de la potencia transitoria y la energía cinética, que representa las características del receptor y del motor en el diagrama de potencia transitoria [19].

9	“Influence of the reducer efficiencies on the choice of motor and transmission: Torque peak of the motor,” Mechanism and Machine Theory.	G. Cusimano	Artículo de investigación	2013	Este Artículo aborda la elección del motor y de la transmisión de acuerdo con el rango dinámico de funcionamiento del motor y al caso general en el que hay una alternancia de la dirección de potencia a través del reductor. El trabajo propone un método en el que los diagramas de resolución se obtienen a partir de la distinción entre dos pares de carga diferentes, caracterizados sólo por la eficiencia directa y sólo inversa de la transmisión respectivamente [43].
10	“Choice of electrical motor and transmission in mechatronic applications: The torque peak”. Mechanism and Machine Theory.	G, Cusimano.	Artículo de investigación	2011	Este artículo aborda el efecto del torque pico en la selección del motor eléctrico y la transmisión adecuados para mover una articulación. El método permite al diseñador encontrar analíticamente los motores admisibles y los correspondientes rangos de relación de transmisión [44].
11	“A Practical Approach to the Selection of the Motor-Reducer Unit in Electric Drive Systems”. Mechanics Based Design of Structures and Machines.	Giberti, H., Cinquemani, S., & Legnani, G.	Artículo de investigación	2011	Este artículo propone una metodología para el dimensionamiento correcto de una pareja motor-transmisión. Se propone un enfoque innovador para la selección de una pareja motor-reducción con el uso de gráficos que permitan mostrar todas las alternativas posibles [24].
12	“Design optimization on the drive train of a light-weight robotic arm” Mechatronics.	Zhou, L., Bai, S., & Hansen, M. R.	Artículo de investigación	2011	Se propone un método de optimización de la cadena cinemática para el diseño de robots ligeros. Para validar esta metodología las selecciones optimas de motores y reductores de un catálogo limitado de componentes disponibles en el mercado se realizan simultáneamente para todas las articulaciones de un brazo robótico [45].
13	“Effects of transmission mechanical characteristics on the choice of a motor-reducer,” Mechatronics,	H. Giberti, S. Cinquemani, and G. Legnani,	Artículo de investigación	2010	En este artículo se abordan los efectos de la inercia mecánica de la transmisión sobre el acoplamiento motor-receptor. Se proporcionan lineamientos para una correcta elección del motor y de la transmisión, la cual se ilustra con gráficos que pueden evaluar la influencia de las características del motor y de la transmisión sobre el rendimiento de la máquina y sugerir al diseñador todas las combinaciones posibles [25].
14	“Drive Train Optimization for Industrial Robots”. IEEE Transactions on Robotics,	Pettersson, M., & Olvander, J.	Artículo de investigación	2009	En este artículo se presenta una estrategia de optimización para encontrar una relación entre costos, vida útil y rendimiento a la hora de diseñar la cadena de transmisión, las cajas de cambios y los motores eléctricos para nuevos conceptos de robots. El método también incluye la generación de la trayectoria en sí en el bucle de diseño, basándose en un algoritmo de optimización no basado en gradientes que puede manejar problemas de variables mixtas es usado para resolver el problema altamente no lineal. El

					<p>resultado de una investigación industrial es la minimización de los costos y el equilibrio simultáneo entre la vida útil y el rendimiento. [46].</p>
15	<p>“Estrategias de movimiento en sistemas de accionamientos rápidos para manipuladores de múltiples grados de libertad”. Tesis de maestría en ingeniería mecánica. Universidad del Norte.</p>	Barros, R	Tesis de maestría	de 2010	<p>En esta tesis de maestría se desarrolla un modelo sistemático para la asignación y distribución de tiempos de movimiento en manipuladores industriales, y además se desarrollaron los métodos para ejecutar sus etapas, vinculando las metodologías de potencia transitoria-energía cinética doble y par-constante de tiempo electromecánica dentro de la formulación para la selección óptima de accionamientos, se analiza además la incidencia de la configuración del manipulador [22].</p>
16	<p>“A reduction ratio for minimizing dissipated energy in a mechatronic system with a gear train”. Mechatronics.</p>	Izumi, T., Li, Z., & Zhou, H.	Artículo de investigación	de 2008	<p>El autor propone una metodología para determinar la relación de transmisión optima entre un motor y la carga teniendo en cuenta las cargas presentes en la aplicación. Cuando hay fuerzas viscosas es imposible obtener un resultado exacto, sin embargo, al desprestigiar ese efecto se obtiene una ecuación explícita de la relación de transmisión óptima para minimizar el consumo energético[39].</p>
17	<p>“Optimization of the choice of the system electric drive-device--transmission for mechatronic applications”. Mechanism and Machine Theory.</p>	Cusimano, G	Artículo de investigación	de 2007	<p>Este Artículo aborda la importancia del momento de inercia generalizado en la elección de motores para el movimiento de juntas, al igual que los rangos de funcionamiento del sistema de accionamiento. Se utilizan la ley de movimiento periódico de la carga genérica y el par resistente como un criterio de viabilidad para eliminar todos los sistemas de accionamiento que no son capaces de accionar la carga dada, cualquiera que sea la relación de transmisión [27].</p>
18	<p>“Optimal selection of motor and gearhead in mechatronic applications”. Mechatronics</p>	Roos, F., Johansson, H., & Wikander, J.	Artículo de investigación	de 2006	<p>En este artículo se presenta una metodología para la selección de parejas motor-transmisión que conlleven a un desempeño optimo del motor. Dicha metodología está pensada para llevarse a cabo con ayuda de un software matemático para una mejor selección en los motores en cuestión [32].</p>
19	<p>“A motor selection technique for designing a manipulator”. An International Conference on Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS '07.</p>	Choi, C., Jung, S., Kim, S., Lee, J., Choe, T., Chung, S., et al.	Artículo de investigación	de 2007	<p>Este artículo presenta una técnica de selección de servomotores para el diseño de un manipulador. Se adopta y mejora el método de normalización de Straete, añadiendo como criterios de selección el trazado de una línea de potencia de salida equivalente en la misma curva de carga y proponiendo utilizar la temperatura para el límite continuo como criterio. También se discute la</p>

					estimación de temperatura de funcionamiento [47].
20	“Simulación dinámica de sistemas de accionamiento rápido Con motores paso a paso empleando diferentes perfiles de velocidad”. Tesis de maestría en ingeniería mecánica. Universidad del Norte.	Quiroz, V	Tesis de maestría	de 2006	Esta tesis de maestría tiene como propósito desarrollar una metodología sustentada en simulaciones que permita generar perfiles de velocidad que optimicen el desempeño de motores paso a paso en accionamientos rápidos [48].
21	“Generalization of a method for the selection of drive systems and transmissions under dynamic loads”. Mechanism and Machine Theory, 40(5), 530 -558.	Cusimano, G	Artículo de investigación	de 2005	Este Artículo propone la generalización de un método para la selección en una máquina de un sistema eléctrico motor-transmisión bajo cargas dinámicas, considerando algunos efectos que pueden modificar significativamente la elección requerida, como los pares resistentes que actúan en la máquina, las masas en el motor y el receptor y formas particulares de los rangos de operación del motor. Los análisis se hacen tanto en operación continua como en operación dinámica [28].
22	“Comparative Analysis of Triangular and Trapezoidal Speed Diagrams as Strategies for Rapid Movements”. In 7th International Research / Expert Conference" Trends in the Development of Machinery and Associated Technology"	Domènech, C., Riba, C., Pla, X., Sans, J., & Maury, H.	Artículo de investigación	de 2003	En este Artículo trabajo se comparan el diagrama de velocidad triangular y el diagrama de velocidad trapezoidal en la minimización de tiempos de movimiento utilizando los diagramas de potencia-doble energía cinética [23].
23	“Actuator selection for desired dynamic performance”. An IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.	Bowling, A., & Khatib, O.	Artículo de conferencia	de 2002	En este artículo se propone una metodología para la selección de actuadores con un desempeño dinámico óptimo en términos de su capacidad para alcanzar las aceleraciones propuestas [33].

24	“Advanced motor drives control in mechatronic technology”. A 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. IEEE SMC '99 Conference Proceedings.	Said Abdel Moteleb, M	Artículo de conferencia	1999	Este Artículo propone una metodología para la selección de motores en aplicaciones mecatrónicas. Dividiendo el proceso en una etapa en la cual se seleccionan motores que cumplen unos requisitos mínimos de diseño y posteriormente se introducen indicadores de control en fuerza y posición [34].
25	“Optimal Design of Electromechanical Actuator for Active Loads”. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,	Haskew, T. A., & Schinstock, D. E.	Artículo de conferencia	1998	En este artículo se presenta una metodología para la selección de componentes para accionamientos basados en una analogía eléctrica, modelando una entrada de velocidad sinusoidal y comparando los resultados con ensayos de laboratorio [49].
26	“Selecting step motor vs. servo motor”. A Proceedings Electrical Electronics Insul Conference, 1995, and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference.	Jones, D.	Artículo de investigación	1995	Este autor aborda un proceso de selección en el cual el usuario debe escoger entre un servomotor y un motor paso a paso. Entre las restricciones de esta selección se menciona: costos, confiabilidad, facilidad de uso, compatibilidad con el sistema y soporte técnico. El autor sugiere que, si se toma el precio como principal consideración, se deben considerar un determinado orden de elección. Se ofrecen algunas reglas de dedo, como que velocidad de diseño sea 10%-15% superior a la velocidad teórica. Otra regla de dedo es que se sugiere que la inercia del motor sea por lo menos el 10% de la inercia equivalente en la carga [31].
27	“Motor selection for actuation systems”. A Proceedings Electrical Electronics Insulation Conference, 1995, and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference.	Vaidya, J.	Artículo de investigación	1995	Este Artículo aborda una metodología de selección de motores basada en caracterizar el motor y finalmente escoger el motor más económico [50].
28	“Expert system bases to automate selection of drive structures”. An International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93. (Vol. 1, p. 360-365). Maui, HI, USA.	Gerbaud, L., Bigeon, J., & Champenois, G.	Artículo de investigación	1993	Este autor propone una metodología para selección de accionamientos basado en sistemas expertos. De igual manera se proporcionan brevemente algunas reglas de dedo en cuanto al sobredimensionamiento del motor, como que este debe siempre estar dimensionado entre 5%-10% debido a pérdidas, y que suele ser más factible el uso de inversores de onda cuadrada para disminuir las pérdidas cuando tenemos motores de inducción [36].

Como resultados de esta revisión, se identificó la escasez de literatura científica en los siguientes aspectos:

- Criterios o reglas de dedo que permitan la evaluación de perfiles distintos al trapezoidal y al triangular dentro de las decisiones de diseño <sup>2</sup>.
- Criterios que permitan la consideración de cargas no inerciales durante la síntesis y selección de accionamientos para manipuladores cartesianos.
- Criterios que permitan la toma de decisiones durante la definición de la estrategia de movimiento durante el proceso de diseño para minimizar los requerimientos de potencia, fuerza y/o energía de los sistemas de accionamiento de acuerdo con el interés del diseñador.

Debido a su importancia en la investigación, en las siguientes secciones se abordarán los conceptos teóricos referentes a tipos de perfiles de velocidad utilizados en accionamientos cartesianos, la estrategia de relación de transmisión optima, el método de la potencia transitoria - energía cinética doble (Método P-W) y el método de par-constante electromecánica.

## **2.3 PERFILES DE VELOCIDAD PARA ACCIONAMIENTOS CARTESIANOS.**

Durante la síntesis y diseño de un manipulador cartesiano, es de vital importancia definir cómo va a moverse el manipulador a lo largo del tiempo. En ese orden de ideas, un perfil de velocidad no es más que una función de la velocidad (lineal o angular) de un sistema en función del tiempo, con el propósito de definir su desplazamiento durante la operación. Estos perfiles se caracterizan por tener al menos una etapa de aceleración (no necesariamente constante) y una etapa de desaceleración (no necesariamente constante). Adicionalmente, pueden tener un periodo de velocidad constante o periodos de aceleración/frenado intermedios.

De acuerdo con el comportamiento de la velocidad en función del tiempo, los perfiles se clasifican de acuerdo con 2 criterios: a. De acuerdo con su rampa, que hace referencia a la naturaleza de la función utilizada durante el arranque inicial y frenado final; b. De acuerdo con su cúspide, que hace referencia a la variación de la velocidad en el periodo intermedio entre el arranque inicial y frenado final.

---

<sup>2</sup> Este tipo de perfiles serán abordados en la sección 2.3.

### **2.3.1 Clasificación de perfiles de acuerdo con su rampa.**

#### **a. Perfiles con rampas lineales**

Un perfil de velocidad lineal es aquel en el cual el accionamiento lleva a cabo las operaciones de arranque y frenado con una aceleración constante [48]. Estos perfiles son los más utilizados actualmente debido a su simplicidad. Sus variantes más conocidas son el perfil triangular y el perfil trapezoidal [29], [30].

El perfil trapezoidal es un caso del perfil lineal en el cual existe una zona de movimiento a velocidad constante (lo cual posteriormente se definirá como una cúspide plana). La proporción entre este tiempo de movimiento a velocidad constante y el tiempo total de movimiento para un ciclo en particular se conoce como saturación del perfil de velocidad  $\xi$ . El perfil triangular, es un caso particular del perfil trapezoidal en el cual no existe ningún intervalo de tiempo en el cual el accionamiento opere a velocidad constante (lo cual posteriormente se definirá como una cúspide angular).

#### **b. Perfiles con rampas exponenciales**

Un perfil de velocidad exponencial es aquel en el cual la ecuación de la velocidad en función del tiempo está dada por una relación exponencial cuando está acelerando y cuando está frenando. Puede o no tener una etapa a velocidad constante al igual que los perfiles de rampas lineales.

#### **c. Perfiles con rampas parabólicas**

Un perfil de velocidad parabólico es aquel en el cual la ecuación de la velocidad en función del tiempo está dada por una parábola la cual es simétrica respecto a la mitad del tiempo de movimiento. Puede o no tener una etapa a velocidad constante.

#### **d. Perfiles con rampas senoidales**

Un perfil de velocidad senoidal es aquel en el cual la ecuación de la velocidad en función del tiempo está dada por una ecuación de la forma  $v(t) = V_{max} \left[ 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \right]$ . Esta ecuación no contempla periodos de velocidad constante a priori.

### **e. Perfiles con rampas curvas**

Un perfil de curvas-S, es aquel perfil de velocidad que se obtiene al trazar una *spline* cubica que une los puntos  $(0,0)$ ,  $(\frac{T}{2}, V_{max})$  y  $(T,0)$  en el de perfil de velocidad. Esta ecuación no contempla periodos de velocidad constante a priori.

### **2.3.2 Clasificación de los perfiles de acuerdo con su cúspide.**

#### **a. Cúspide angular**

Un perfil de velocidad con cúspide angular es un perfil en el cual no existe zona de velocidad constante, de manera que geométricamente haya un intercepto entre su zona de arranque y su zona de frenado en el diagrama de velocidad vs tiempo, haciendo que gráficamente se vea como una cúspide angular.

#### **b. Cúspide plana**

Un perfil de velocidad con cúspide plana es un perfil en el cual existen 3 zonas: Una primera zona de aceleración, una segunda zona correspondiente a operación a velocidad constante y una última zona correspondiente a desaceleración. Tradicionalmente el tiempo de aceleración y el tiempo de desaceleración son iguales. Esto hace que el perfil de velocidad tenga como cúspide una línea horizontal. A excepción del perfil trapezoidal, las fórmulas para perfiles con este tipo de rampas, no se encuentran desarrolladas en la literatura.

#### **c. Cúspide trapezoidal**

Un perfil de velocidad con cúspide trapezoidal es aquel en el cual existen 5 zonas: 2 zonas de aceleración, de las cuales la segunda se realiza necesariamente con aceleración constante, 1 a velocidad constante y 2 de frenado, de las cuales la primera se lleva a cabo con una desaceleración constante. Esto hace que el perfil de velocidad tenga como cúspide una forma de trapecio.

El objetivo de este tipo de perfiles es suavizar el arranque para que la aceleración no incremente de manera instantánea. En algunos casos también se utiliza para disminuir la aceleración a medida que incrementa la velocidad del sistema. Las ecuaciones de estos perfiles no se encuentran desarrolladas en la literatura.



### 2.3.3 Resumen de fórmulas de velocidad y aceleración máxima para los distintos perfiles

A continuación, se muestra un resumen de las fórmulas para velocidad y aceleración en distintos perfiles de velocidad. Como se planteó con anterioridad, a excepción del perfil trapezoidal, las ecuaciones para perfiles con cúspide no angular, no se encuentran con facilidad en la literatura, por lo cual en este capítulo se muestran únicamente las fórmulas para perfiles de velocidad con cúspide angular. La obtención de ecuaciones dinámicas para los perfiles de cúspide plana, se muestran en el capítulo 3<sup>3</sup>. La **Tabla 2** muestra las velocidades y aceleraciones máximas obtenidas en cada perfil de velocidad, y el uso sugerido de cada perfil de acuerdo con trabajos anteriores. Las ecuaciones 1-5 muestran respectivamente las ecuaciones de los perfiles de velocidad con rampas lineales, exponenciales, parabólicas, senoidales y curva-s considerando cúspide angular.

**Tabla 2. Descripción de tipos de perfiles de velocidad**

Tipo de perfil	Velocidad máxima	Aceleración máxima	Uso sugerido
<b>Triangular</b>	$\frac{2\delta}{T}$	$\frac{4\delta}{T^2}$	Se recomienda usar este tipo de perfiles cuando haya desplazamientos cortos. [2]
<b>Trapezoidal</b>	$\frac{2\delta}{T(1+\zeta)}$	$\frac{4\delta}{T^2(1-\zeta^2)}$	Se recomienda usar este tipo de perfiles para desplazamientos largos [2]
<b>Exponencial</b>	$\frac{2\delta}{T}$	$\frac{20\delta}{T^2}$	Perfil en desuso debido a sus altas aceleraciones [4], [6]
<b>Parabólico</b>	$\frac{3\delta}{2T}$	$\frac{6\delta}{T^2}$	Se recomienda el uso de este tipo de perfiles cuando haya restricciones en la velocidad máxima [4], [6]
<b>Senoidal</b>	$\frac{2\delta}{T}$	$\frac{2\pi\delta}{T^2}$	Se recomienda el uso de este tipo de perfiles cuando se requiera minimizar el <i>jerking</i> . [4], [6].
<b>Curvas-S</b>	$\frac{2\delta}{T}$	$\frac{6\delta}{T^2}$	Se recomienda el uso de este tipo de perfiles cuando se requiera minimizar el <i>jerking</i> . [4], [6].

$$V(t) = \left\{ \frac{2V_{max}t}{T} \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T}{2} \right], \quad \frac{2V_{max}(T-t)}{T} \text{ si } \left[ \frac{T}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

1

$$V(t) = \left\{ V_{max} \left( 1 - e^{-\frac{10t}{T}} \right) \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T}{2} \right], \quad V_{max} e^{-\frac{5(2t-T)}{T}} \text{ si } \left[ \frac{T}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

<sup>3</sup> Los perfiles de cúspide trapezoidal no serán incluidos en este trabajo debido a su complejidad y desuso, por lo tanto, su desarrollo matemático no será llevado a cabo.

2

$$V(t) = \left\{ \frac{4V_{max}t}{T^2}(T-t) \text{ si } [0 \leq t \leq T] \right.$$

3

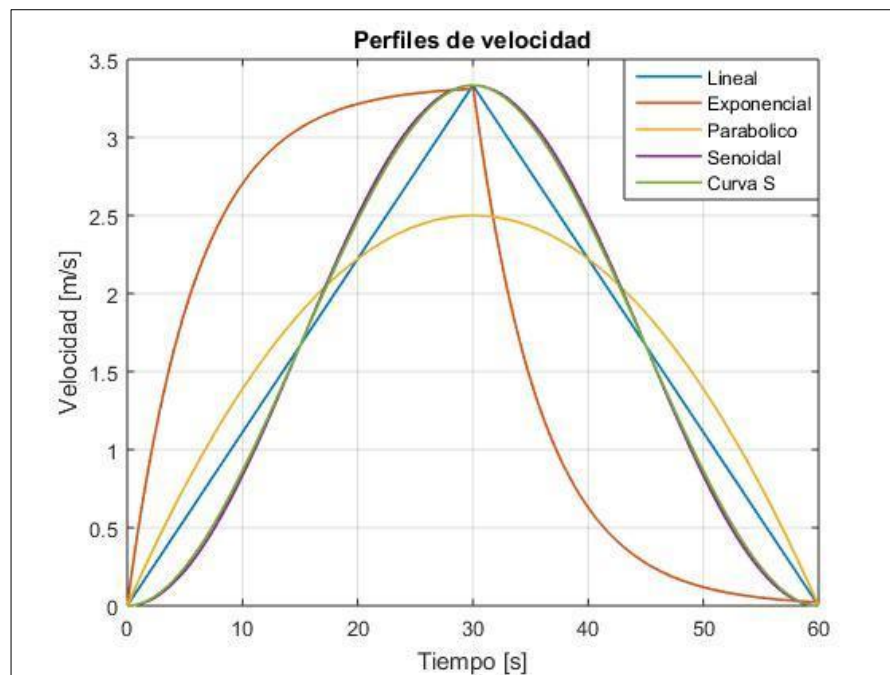
$$V(t) = \left\{ \frac{V_{max}}{2} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \right) \text{ si } [0 \leq t \leq T] \right.$$

4

$$V(t) = \left\{ 4V_{max} \left( \frac{3}{T^2}t^2 - \frac{4}{T^3}t^3 \right) \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T}{2} \right], \quad \frac{4V_{max}}{T^3}(T-t)^2(4t-T) \text{ si } \left[ \frac{T}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

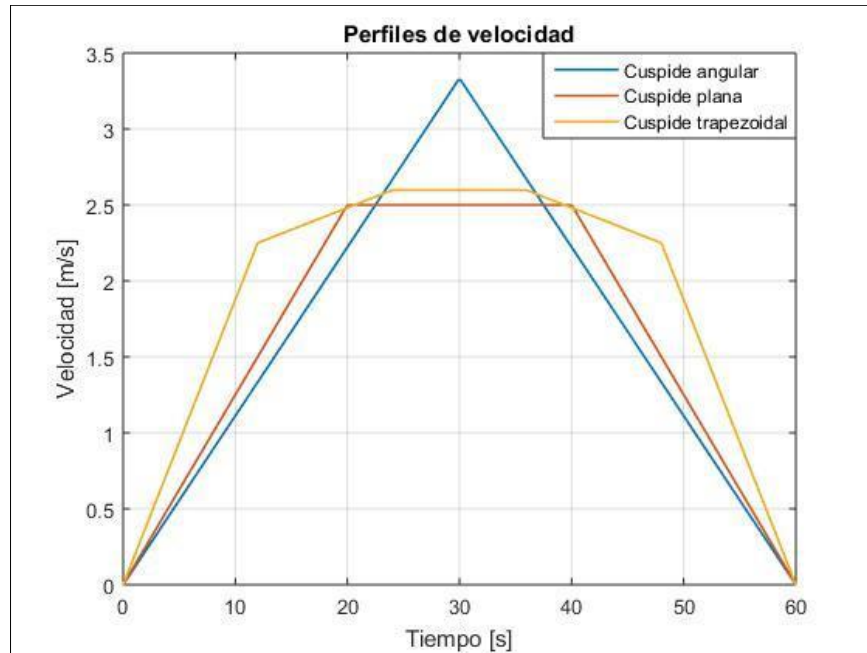
5

Las **figuras 2 y 3** muestran el comportamiento de los perfiles cuando tienen distintas rampas y cúspides para un desplazamiento de 100m en un ciclo de 60 segundos.



**Figura 2. Comparación de diversas rampas de perfiles de velocidad para cúspide angular<sup>4</sup>.**

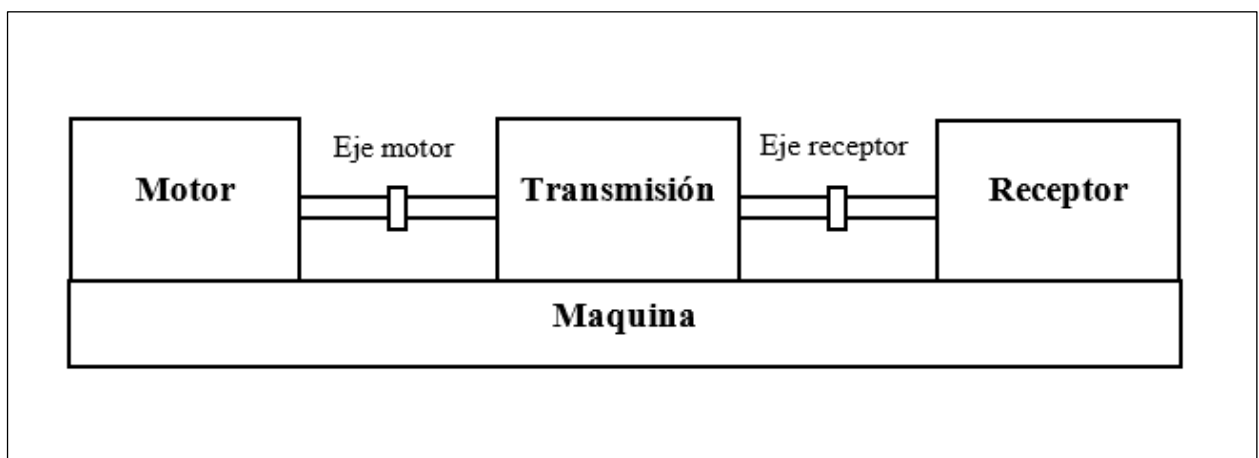
<sup>4</sup> El perfil con curva S y el perfil senoidal son casi idénticos, por lo cual su diferencia es difícil de apreciar en la gráfica. La diferencia es inferior a 0,12% [30].



**Figura 3. Comparación de perfiles de velocidad según su cúspide para rampas lineales.**

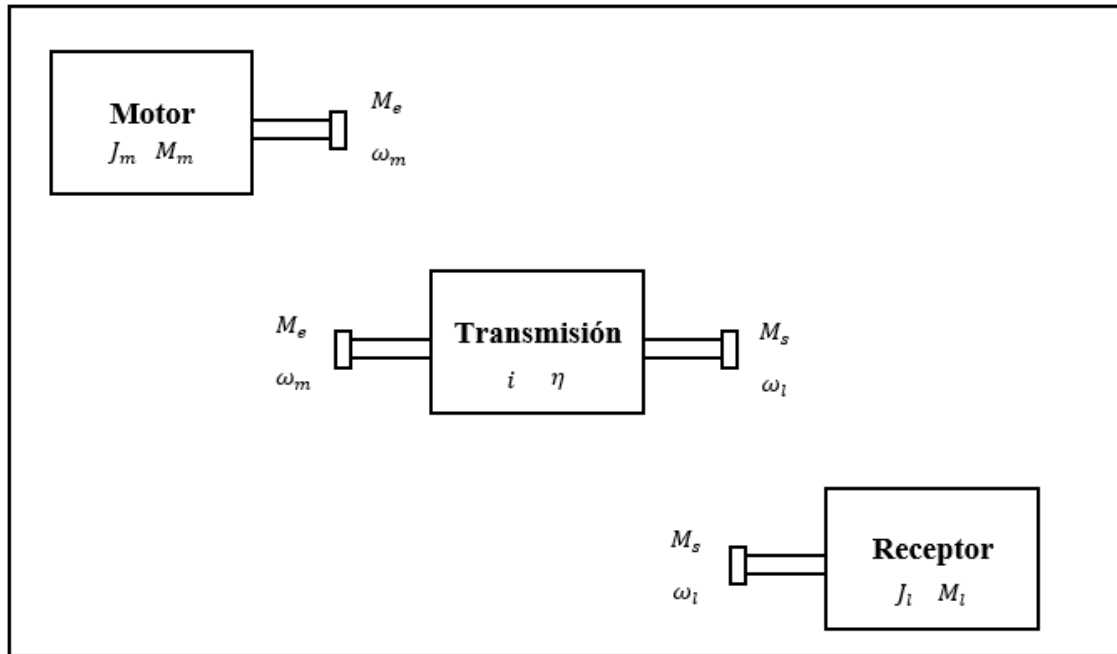
## 2.4 ESTRATEGIAS DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA.

Una de las estrategias más populares para el diseño de accionamientos rápidos, es determinar la relación de transmisión optima. Este método permite dimensionar el motor y la transmisión para las alternativas y disposiciones constructivas más favorables en términos de requerimientos de tiempo. Para llevar a cabo este método, se parte de la suposición de que la cadena de accionamiento es rígida. Los elementos que conforman una transmisión se muestran en la **Figura 4**:



**Figura 4. Esquema general, sistema de accionamiento**

En este modelo no se consideran ejes intermedios en la transmisión (fuera de casos excepcionales, en la práctica de los accionamientos para desplazamientos rápidos la incidencia de estos ejes es menospreciable) [44], sin embargo, si estos existiesen, dichas inercias podrían trasladarse o adicionarse a la inercia reflejada en el motor utilizando el concepto de inercia equivalente  $J_{t-l} = J_{eq} = J_l + \sum_{i=1}^m \frac{J_i}{\left(\frac{\omega_l}{\omega_i}\right)^2}$ . El valor de las inercias del eje motor y del eje receptor, deben incluir las inercias de los ejes y de los accesorios asociados a los mismos en caso de que aplique. La **Figura 5**, muestra la relación entre los parámetros del sistema de transmisión.



**Figura 5. Relación entre parámetros del accionamiento**

Las cargas y parámetros cinemáticos presentes en cada elemento del sistema se relacionan mediante las expresiones 6-8.

$$\left(M_m - \frac{M_l}{\eta i}\right) = \left(J_m + \frac{J_l}{\eta i^2}\right) \alpha_m$$

6

$$\frac{\omega_m}{\omega_l} = \frac{\alpha_m}{\alpha_l} = i$$

7

$$\omega_l \leq \frac{\omega_{m_{max}}}{i}$$

8

La estrategia para minimizar el tiempo de los desplazamientos rápidos es distinta según se trate de desplazamientos cortos o largos del eje receptor:

**a.** Para desplazamientos cortos, (aquellos en los que la magnitud del desplazamiento es tan pequeña que el motor no llega a su velocidad máxima), tradicionalmente se utiliza la estrategia de perfiles triangulares, en la que se supone la aceleración y la desaceleración del mismo valor. Minimizar el tiempo de desplazamiento equivale a conseguir el valor máximo de aceleración y desaceleración del eje receptor. Es decir, es posible satisfacer la inecuación establecida en la expresión 10.

**b.** Para desplazamientos largos, (aquellos en los que el motor llega a la velocidad máxima antes de la mitad de su recorrido), tradicionalmente se utiliza la estrategia de optimización de diagramas trapezoidales. El criterio de optimización para minimizar el tiempo de desplazamiento es más complejo y depende tanto el valor de la aceleración del eje receptor en el arranque y parada del movimiento, como el valor de la velocidad máxima del eje receptor cuando el motor está a su velocidad máxima. Es decir, no se satisface la inecuación establecida en la expresión 10.

Tradicionalmente, en las ecuaciones dinámicas de la transmisión se realizan una serie de simplificaciones [19], [22]:

- Se considera nulo el par del receptor.
- Se desprecian las cargas de fricción<sup>5</sup>.

De esta forma, la ecuación simplificada de la aceleración de la carga está dada por la expresión 9:

$$\alpha_l = \frac{M_m}{\left(J_m i + \frac{J_l}{\eta i}\right)}$$

9

---

<sup>5</sup> Este efecto ya fue estudiado en trabajos anteriores [7].

Para deducir si se debe recurrir a una estrategia triangular o trapezoidal, se define un desplazamiento conocido como desplazamiento limite. Para poder llevar a cabo el perfil mediante una estrategia triangular, se debe satisfacer la inecuación 10, en caso contrario se deberá utilizar una estrategia trapezoidal [21]–[23] . Si se consideran cargas no inerciales, basta con sustituir el termino  $M_m$  por el termino  $M_m - \frac{M_l}{\eta i}$ .

$$\theta_l \leq \frac{\omega_m^2}{i^2 M_m} \left( i J_m + \frac{J_l}{\eta i} \right).$$

10

#### 2.4.1 Relación de transmisión óptima para perfiles triangulares.

Como se pudo apreciar en la sección 2.3, cuando se trabaja con un perfil triangular, el sistema en todo momento se desplaza a aceleración constante. Si se despeja el desplazamiento angular en términos de la aceleración angular de la expresión para perfiles lineales formulada en la **Tabla 2**, se obtiene la ecuación 11:

$$\theta_l = \frac{T \omega_l}{2} = \frac{T^2 \alpha_l}{4} \rightarrow t = \sqrt{\frac{4 \theta_l}{\alpha_l}}$$

11

Para el caso puntual de un perfil triangular, minimizar el tiempo equivale de manera directa a maximizar la aceleración. Por consiguiente, se tomará la ecuación 9 y se derivará para hallar la relación de transmisión óptima para perfiles triangulares, la cual se calcula con base en la ecuación 12:

$$\frac{d\alpha_l}{di} = 0 \rightarrow i_{opt} = \sqrt{\frac{J_l}{\eta J_m}}$$

12

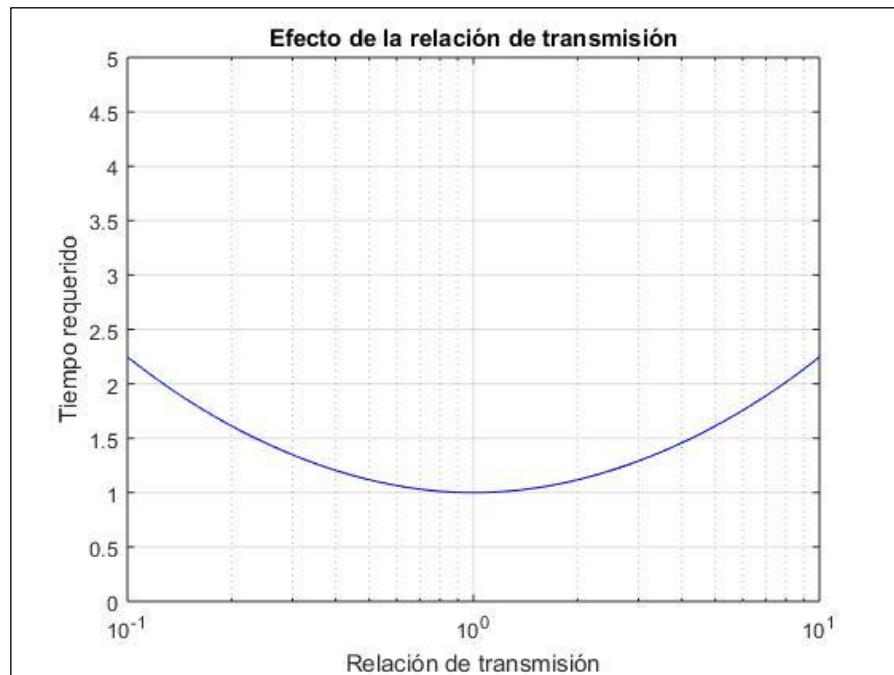
La relación de transmisión óptima para los perfiles triangulares depende únicamente de la relación entre las inercias del motor y el receptor. La interpretación de este resultado es la siguiente:

- Si la relación de transmisión es muy elevada, los efectos de la inercia del eje motor se harán más significativos que la inercia de la carga afectando la aceleración lograda.
- Si la relación de transmisión es muy pequeña, los efectos de la inercia del eje receptor se harán más significativos incidiendo sobre la aceleración obtenida.

Supóngase que se desea llevar a cabo un desplazamiento angular de  $3600^\circ$ . El receptor tiene una inercia de  $10 \text{ Kg-m}^2$ . El motor tiene un par de  $10 \text{ N-m}$ , una inercia de  $0,001 \text{ Kg-m}^2$  y se estima una eficiencia en la transmisión de  $88\%$ . La relación de transmisión óptima en este escenario se calcula mediante la ecuación 12:

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{10 \text{ Kg-m}^2}{0,88 * 0,001 \text{ Kg-m}^2}} = 106,6$$

El tiempo consumido para llevar a cabo este movimiento es de  $2,31 \text{ s}$ . La **Figura 6** muestra la variación entre el tiempo requerido (dividido sobre el valor mínimo) en virtud de la variación de la relación de transmisión (expresada como la relación de transmisión dividida entre el valor óptimo).



**Figura 6. Efecto de la relación de transmisión en el tiempo requerido: Perfil triangular**

Para variaciones ligeras de la transmisión con respecto a este valor optimo, no hay mucha diferencia entre los resultados obtenidos, sin embargo, como regla de dedo algunos autores sugieren que es preferible disminuir la relación de transmisión a amplificarla [22].

#### 2.4.2 Relación de transmisión óptima para perfiles trapezoidales.

Cuando el motor alcanza su velocidad máxima antes de alcanzar la mitad de su tiempo de movimiento, es imposible llevar a cabo el movimiento con un perfil triangular (o de cúspide angular en general), y se requiere el uso de perfiles trapezoidales. El tiempo transcurrido y el desplazamiento angular se pueden descomponer en una componente de aceleración/desaceleración y una componente a velocidad constante mediante las ecuaciones 13-14.

$$T = 2t_a + t_v$$

13

$$\theta_l = 2\theta_{l_a} + \theta_{l_v} = \omega_l t_a + \omega_l t_v$$

14

Combinando las ecuaciones 13-14 y despejando el tiempo, se obtiene la ecuación 15

$$T = \frac{\theta_l}{\omega_l} + \frac{\omega_l}{\alpha_l} = \frac{i \theta_l}{\omega_m} + \frac{\omega_m (J_m + \frac{J_l}{\eta i^2})}{M_m - \frac{M_l}{\eta i}}$$

15

Siguiendo el mismo proceso utilizado en el cálculo de la relación de transmisión ideal para perfiles triangulares, se halla el valor de la relación de transmisión para el cual la derivada del tiempo con respecto a la transmisión es cero. La relación de transmisión óptima para perfiles trapezoidales se muestra en la ecuación 16.

$$\frac{dT}{di} = 0 \rightarrow i_{opt} = \left( \frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta M_m \theta_l} \right)^{\frac{1}{3}}$$

16

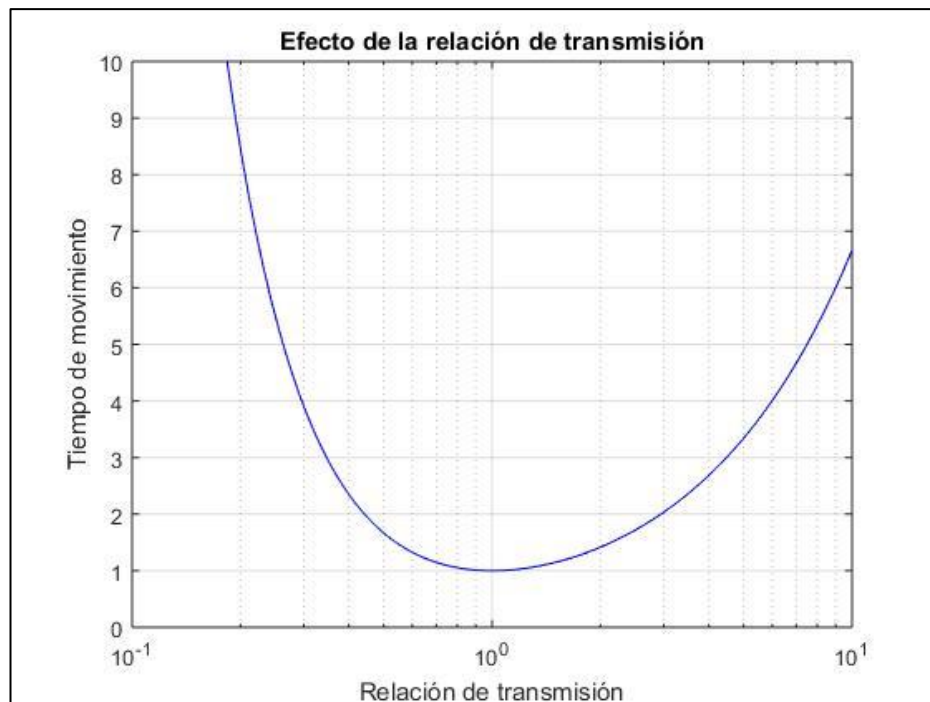
Como se puede apreciar en la expresión 16, la relación de transmisión optima en perfiles trapezoidales, depende de los parámetros de velocidad y par del motor, al igual que del



desplazamiento requerido por el receptor. En caso de que el par no sea constante, se puede emplear el par nominal como valor de referencia. Retomando el mismo ejemplo utilizado para la estrategia triangular, supóngase ahora que el motor tiene una velocidad de 75 rad/s, y para los valores tentativos de relación de transmisión, esto implicaría que el sistema alcanza la velocidad máxima antes de llegar a la mitad del tiempo de movimiento, por consiguiente, se hace inexorable el uso de un perfil trapezoidal. Haciendo uso de la ecuación 16.

$$i_{opt} = \left( \frac{2 \left( 75 \frac{rad}{s} \right)^2 10 Kgm^2}{0,88 * 10 Nm * 20\pi} \right)^{\frac{1}{3}} = 5,88$$

El tiempo requerido para llevar a cabo este movimiento es de 7,40 s. Este resultado es lógico puesto que el sistema deja de incrementar su velocidad al alcanzar un valor máximo, a diferencia del perfil triangular, lo cual incrementa el tiempo de movimiento. La **Figura 7** muestra la variación entre el tiempo de movimiento (dividido sobre el valor mínimo) en virtud de la variación de la relación de transmisión (expresada como la relación de transmisión dividida entre el valor óptimo).



**Figura 7. Efecto de la relación de transmisión en el tiempo requerido: Perfil trapezoidal**

En el caso de implementar una estrategia trapezoidal, es preferible incrementar la relación de transmisión en lugar de reducirla. Esto se debe al efecto de la relación de transmisión en la ventaja mecánica del sistema.

## 2.5 METODOLOGIA DE LA POTENCIA TRANSITORIA-ENERGIA CINETICA DOBLE.

Otro método conocido en el diseño de accionamientos rápidos es el método de la potencia transitoria-energía cinética doble, también conocido como método P-W o método P-2K. Este método permite dimensionar el motor y la transmisión para las alternativas y disposiciones constructivas más favorables en términos de requerimientos de tiempo. Una vez preseleccionadas las parejas de motor-transmisión más favorables, se selecciona la mejor alternativa. La filosofía de este método consiste en que el motor debe ser capaz de entregar potencia al menos con la misma tasa que lo requiera el receptor.

**Concepto de potencia transitoria:** La potencia transitoria es un parámetro que representa la tasa con que el motor o el receptor es capaz de proporcionar o absorber la potencia, y no debe ser confundido con la potencia. La potencia transitoria definida para el motor es un parámetro asociado al par (o fuerza) y depende del cociente entre el cuadrado del par motor (o fuerza motora) y la inercia del eje motor (momento de inercia o masa), mientras que la potencia transitoria definida para el receptor es un parámetro asociado a la aceleración y depende del producto de la inercia del eje receptor (momento de inercia receptor o masa) y el cuadrado de su aceleración (angular o lineal).

**Energía cinética doble:** La energía cinética doble es la energía necesaria para acelerar una inercia lineal o rotacional (o una masa) hasta una determinada velocidad (angular o lineal). El motivo de utilizar la energía cinética doble (y no simplemente la energía cinética) es el de facilitar la formulación y no arrastrar el factor de  $\frac{1}{2}$ . Los indicadores de potencia transitoria y energía cinética doble [19], [22] se muestran en las ecuaciones 17-20

$$P_m = \frac{M_m^2}{J_m}$$

17

$$W_m = J_m \omega_m^2$$

18

$$\dot{P}_l = J_l \alpha_l^2$$

19

$$W_l = J_l \omega_l^2$$

20

Para utilizar el método, se define un parámetro denominado factor  $k$  (ecuación 21), el cual no es más que el cociente entre la relación de transmisión, y la relación de transmisión óptima en un perfil triangular con  $\eta = 1$  (ver ecuación 12). Despejando la potencia transitoria del motor y del receptor (ecuaciones 17 y 19) a partir de la ecuación 9 en términos del factor  $k$  (ecuación 21), se obtiene la ecuación 22, que relaciona la demanda de potencia transitoria del receptor en términos del factor  $k$ . Dividiendo las ecuaciones 18 y 20, y utilizando la definición de relación de transmisión en términos de las velocidades (ecuación 7), se obtiene la ecuación 23, que relaciona las energías cinéticas dobles en términos del factor  $k$ .

$$k = \frac{i}{\sqrt{\frac{J_l}{J_m}}}$$

21

$$\frac{\dot{P}_m}{\dot{P}_l} = \left( k + \frac{1}{\eta k} \right)^2$$

22

$$\frac{W_m}{W_l} = k^2$$

23

Posteriormente se toma una condición de referencia, que suele ser la condición más crítica desde el punto de vista cinético. Para el caso de los perfiles de rampa lineal, este punto es durante el transitorio, justo antes de alcanzar la velocidad máxima. Son de especial interés las curvas en las cuales la pendiente sea 1 o -1 al graficar en escala logarítmica. Para aquellas curvas en las cuales la pendiente es 1 (ecuación 24), el tiempo de aceleración es el mismo. Para el caso particular de

$k = \infty$ , la curva del sistema tiende a una asíntota con pendiente de 1, la cual representa el tiempo de aceleración máximo que puede existir para llevar a cabo el movimiento, el valor de tiempo requerido de cada curva va disminuyendo en dirección a la izquierda.

Por otro lado, cuando la pendiente es -1 (ecuación 25), la potencia asociada a la carga inercial del receptor es constante. Para el caso particular de  $k = 0$ , la curva del sistema tiende a una asíntota con pendiente de -1, la cual representa la potencia mínima asociada a las cargas inerciales del receptor con las cuales se podría efectuar el movimiento, el valor de dicha potencia requerida para cada curva va aumentando en dirección a la derecha. Estas asíntotas mencionadas anteriormente se conocen como curvas de accionamientos tangenciales.

$$\log \log (\dot{P}_l) = \log \log (W_l) + constante_1 \rightarrow \log \log \left( \frac{\dot{P}_l}{W_l} \right) = \log \log \left( \frac{J_l \alpha_l^2}{J_l \omega_l^2} \right) = \log \log (T_a) \\ = constante_2$$

24

$$\log \log (\dot{P}_l) = - \log \log (W_l) + constante_1 \rightarrow \log \log (\dot{P}_l W_l) = \log \log (J_l \alpha_l^2 \omega_l^2) \\ = \log \log (P_l) = constante_2$$

25

Para explicar mejor este método, suponga que se desea rotar  $180^\circ$  un sistema en un tiempo de 0,8 s. El sistema tiene una inercia de  $9,6 \text{ Kg-m}^2$  utilizando un perfil triangular. Se desea validar la aplicabilidad de un motor cuya inercia es de inercia de  $0,0021 \text{ Kg-m}^2$ , los puntos de este motor se muestran en la **Tabla 3**.

**Tabla 3. Curva de motor: Ejemplo método P-W**

$M_m$	$\omega_m$
13,00	0
12,00	100
10,00	200
8,00	300
6,80	360
6,20	400
2,5	420

La variación de la velocidad angular y la aceleración en términos del tiempo hasta la mitad del movimiento se muestra en la **Tabla 4**.

**Tabla 4. Variación de velocidad contra tiempo con aceleración constante**

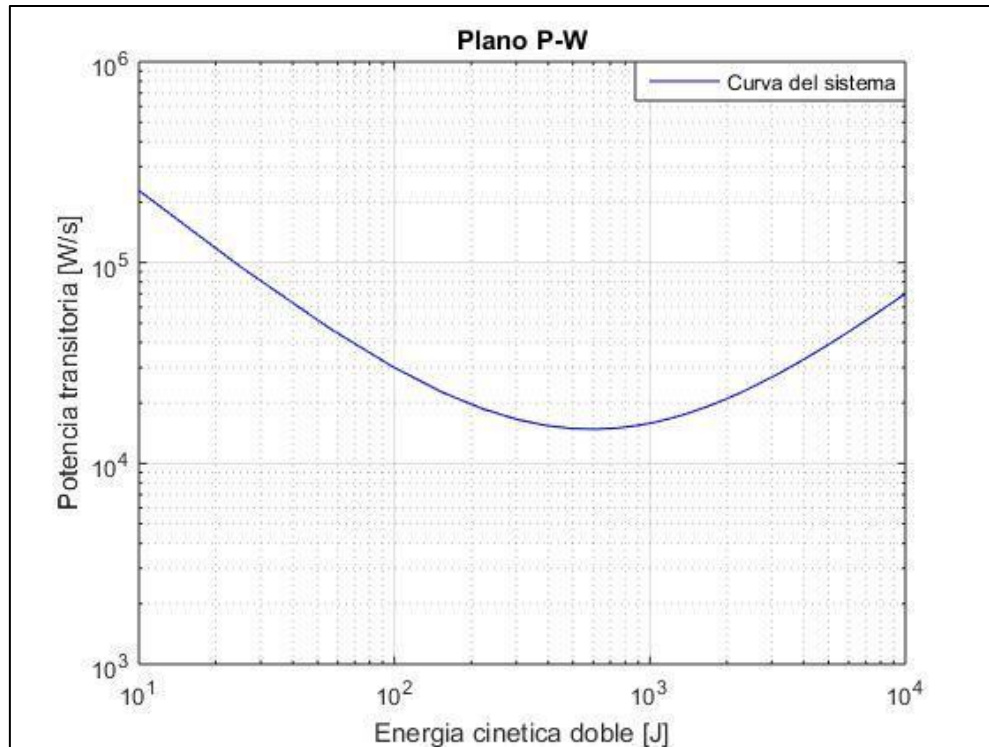
$t [s]$	$\alpha_l [\frac{rad}{s^2}]$	$\omega_l [\frac{rad}{s}]$
0,00	19,63	0,000
0,05	19,63	0,983
0,1	19,63	1,964
0,15	19,63	2,95
0,20	19,63	3,93
0,25	19,63	4,90
0,30	19,63	5,89
0,35	19,63	6,87
0,40	19,63	7,85

Para iniciar la metodología, se debe tomar una condición de referencia en el movimiento del receptor, usualmente la más crítica. Esta condición corresponde al instante en el cual se alcanza la velocidad máxima. La potencia transitoria y energía cinética doble en este punto son:

$$\dot{P}_l = J_l \alpha_l^2 = 9,6 Kgm^2 * \left( \frac{19,63 rad}{s^2} \right)^2 = \frac{3700,18 W}{s}$$

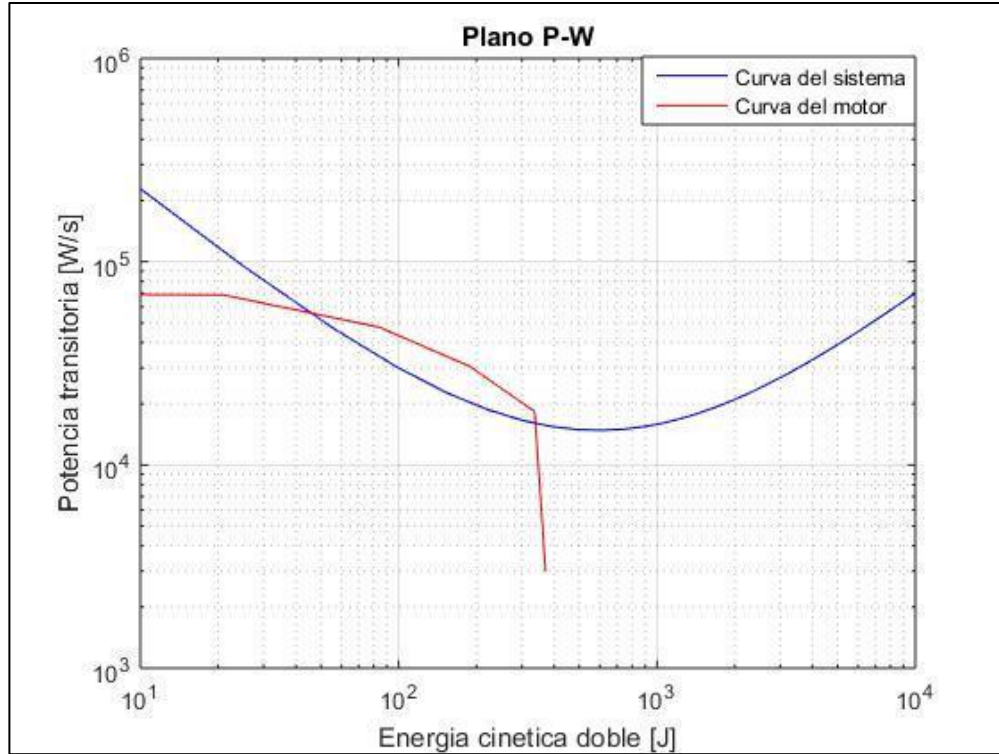
$$W_l = J_l \omega_l^2 = 9,6 Kgm^2 * \left( \frac{7,85 rad}{s} \right)^2 = 592,18 J$$

Con este punto de referencia, se utilizan las ecuaciones 21-23 para construir la denominada curva del sistema, despejando  $\dot{P}_m$  y  $W_m$  para distintos valores de k. Esta curva se traza en escala log-log para mejorar la visualización. La **Figura 8** muestra la curva del sistema para el ejemplo propuesto.



**Figura 8. Curva del sistema. Diagrama P-W**

Esta curva es independiente al accionamiento que se desee utilizar, y representa los requerimientos mínimos que debe satisfacer un sistema de accionamiento para mover el sistema con la velocidad deseada. Una vez que se haya construido la curva del sistema, se debe construir la curva del motor. Esta curva se construye a partir de las ecuaciones 17-18, a partir de las curvas par-velocidad proporcionadas por el fabricante. En caso tal de que el fabricante no suministre dichas curvas, estas pueden ser estimadas mediante modelamiento dinámico. Si la curva del motor corta en al menos un punto la curva del sistema, significa que el motor es capaz de entregar potencia a la misma tasa que la requiere el receptor para la condición crítica, dentro de un rango de  $k$  determinados. Los resultados se muestran en la **Figura 9**.

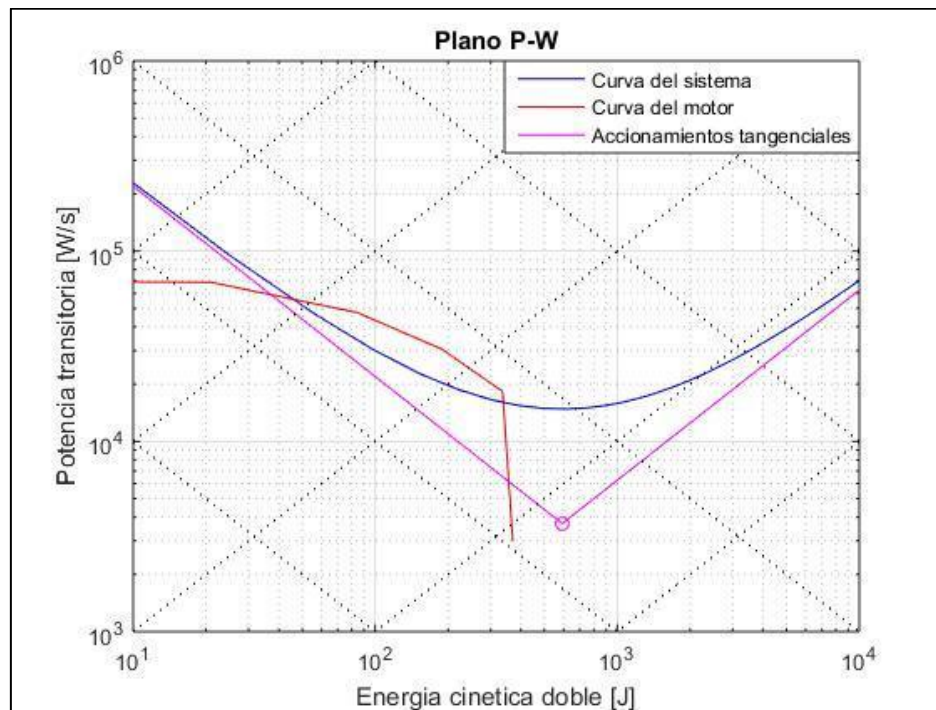


**Figura 9. Curva del motor: Diagrama P-W**

La curva del motor intercepta a la curva del sistema en  $W_{min} = 45,9 J$  y  $W_{max} = 338 J$ . Utilizando la ecuación 23, y teniendo en cuenta que  $W_l = 592,18 J$ , se pueden calcular los valores  $k$  máximo y mínimo, de manera que  $k_{min} = \sqrt{\frac{45,9 J}{592,18 J}} = 0,278$  y  $k_{max} = \sqrt{\frac{338 J}{592,18 J}} = 0,756$ . Al calcular la relación de transmisión óptima para perfiles triangulares, se obtiene el valor de  $\sqrt{\frac{9,6 Kgm^2}{0,0021 Kgm^2}} = 67,6$ . Utilizando la definición del factor  $k$  expuesto en la ecuación 21, se obtiene que la relación de transmisión debe estar entre los valores  $i_{min} = 0,278 * 67,6 = 18,8$ ,  $i_{max} = 51,1$

Finalmente se acompaña el diagrama P-W con una familia de curvas de pendiente 1 y -1, referentes a igual tiempo e igual potencia asociada a cargas inerciales. Se presenta también para este ejemplo las curvas de accionamientos tangenciales para fines ilustrativos. Estas curvas representan las asíntotas de la curva del sistema. Las tres curvas se muestran en la **Figura 10**. La conclusión que se puede obtener de este método es que el motor cumple con los requisitos dinámicos para entregar potencia al receptor con la tasa que este lo requiere, para determinados

valores del factor  $k$  correspondientes a las intersecciones entre la curva del sistema y la curva del motor.



**Figura 10. Curva de accionamientos tangenciales**

## 2.6 METODO DEL PAR-CONSTANTE DE TIEMPO ELECTROMECAÁNICA

Esta metodología tiene como objetivo validar la capacidad de un sistema de accionamiento para transmitir la potencia al receptor, considerando los factores eléctricos. Para que un accionamiento cumpla estos requerimientos, se deben establecer dos condiciones mínimas [21], [22]:

- La constante de tiempo electromecánica del sistema debe ser menor a  $1/3$  del tiempo de aceleración del sistema. Lo anterior debido a que, en sistemas dinámicos, el tiempo de asentamiento (para una desviación de 5%) equivale a 3 constantes de tiempo del sistema [51].
- La fuerza/par máximo entregado por el motor debe ser mayor a la fuerza máxima requerida por el sistema.

Suponga que se desea desplazar un sistema cuya masa equivalente en el motor es de 2 Kg. El tiempo de aceleración es de 0,5s, la fuerza máxima requerida por el sistema es 10 N y la pareja motor-transmisión propuesta tiene las características descritas en la **Tabla 5**.



**Tabla 5. Parámetros de motor: Método par-constante de tiempo electromecánica**

Parámetro	Unidad	Valor
Inductancia	$mH$	0,6
Resistencia	$\Omega$	3,2
Corriente máxima	$A$	8
Constante de amortiguamiento	$\frac{Nm}{s}$	$1,9 \cdot 10^{-6}$
Constante $K_m$	$\frac{N}{A}$	5,38
Constante $K_b$	$\frac{Vs}{m}$	7,2
Fuerza máxima transmitida	$N$	200

Para este motor, la función de transferencia que relaciona velocidad y voltaje está dada por la ecuación 26.

$$G(s) = \frac{K_m}{m_{eq}LS^2 + (BL + Rm_{eq})s + (BR + K_bK_m)}$$

26

Cuando se modelan este tipo de sistemas, una práctica común consiste en considerar despreciable el efecto de la inductancia [51], con lo cual la constante de tiempo está dada por la ecuación 27:

$$\Gamma = \frac{Rm_{eq}}{K_mK_b + Rb}$$

27

Sustituyendo los valores, se calcula el valor de la constante de tiempo electromecánica:

$$\Gamma = \frac{3,2\Omega * 2 Kg}{5,38 \frac{N}{A} * 7,2 \frac{Vs}{m} + 3,2\Omega * 1,9 \cdot 10^{-6} \frac{Nm}{s}} = 0,1652 s$$

La fuerza máxima que puede transmitir el sistema motor-transmisión, es superior a la fuerza máxima requerida por el sistema, y la constante de tiempo electromecánica es inferior a la tercera parte del tiempo de aceleración, por lo cual mediante este sencillo proceso se valida la pareja

preseleccionada. En caso de no conocer la constante de amortiguamiento mecánico, esta puede ser tomada como 0, la cual es una suposición conservadora en la medida que maximiza la constante de tiempo electromecánica. En caso de no conocer las constantes del motor, estas pueden ser estimadas mediante las ecuaciones 28 y 29, asociadas a la definición de las constantes del motor.

$$M_m = IK_m$$

28

$$V - IR = K_b \omega$$

29

### **3. DESARROLLO DE MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE MANIPULADORES CARTESIANOS**

#### **3.1 INTRODUCCIÓN**

La dinámica de manipuladores establece la relación entre los aspectos cinéticos y cinemáticos del sistema de accionamiento en función de los parámetros de entrada del movimiento. En el caso de los manipuladores cartesianos, estas relaciones pueden ser expresadas matemáticamente por un conjunto de ecuaciones algebraicas basadas en la segunda ley de Newton y en las ecuaciones tradicionales de cinemática.

El objetivo de plantear estos modelos matemáticos consiste en obtener una serie de ecuaciones escalares, con el objetivo de comprender como los potenciales parámetros de optimización afectan la cinemática y cinética del sistema de accionamiento de manera intuitiva, sin recurrir a iteraciones o métodos complejos.

En el presente capítulo se desarrollan los modelos matemáticos para simular la variación de la velocidad, la aceleración, las cargas, la potencia mecánica, el consumo energético y el tiempo requerido en función de la relación de transmisión para los distintos perfiles de velocidad planteados en el capítulo 2. Estos modelos matemáticos sentarán las bases para la metodología que se expondrá en el capítulo 4.

### 3.2 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE VELOCIDADES Y ACELERACIONES

El primer paso que se llevará a cabo será deducir las expresiones generales para los perfiles de velocidad, incluyendo el tiempo a velocidad constante. Para ello, el desplazamiento total y la función de la velocidad en términos del tiempo se relacionan mediante la ecuación 30

$$\int_0^T V(t)dt = \delta$$

30

De manera general, se supondrá que hay 3 etapas de movimiento, una etapa inicial acelerando, una a velocidad constante y una en desaceleración. Teniendo en cuenta que la saturación ( $\zeta$ ) se define como la proporción entre el tiempo de movimiento a velocidad constante y el tiempo total en un ciclo, las duraciones de los tiempos de aceleración, movimiento a velocidad constante están dados por las ecuaciones 31-32

$$T_v = T\zeta$$

31

$$T_a = T_d = \frac{T(1 - \zeta)}{2}$$

32

El desplazamiento realizado en el ciclo de velocidad constante es igual a la velocidad máxima multiplicada por el tiempo de este ciclo, mientras que el desplazamiento realizado durante el periodo transitorio (incluyendo aceleración y desaceleración) es función de la velocidad máxima del ciclo, el tipo de perfil y el tiempo de aceleración. Para ejemplificar mejor esta premisa, se tomará de ejemplo la fórmula de velocidad máxima en el perfil parabólico de la **Tabla 2**:

$$V_{max} = \frac{3\delta}{2T}$$

Sustituyendo el tiempo total de movimiento por el tiempo total del transitorio  $T_{ad} = T_a + T_d$ , el desplazamiento total durante el transitorio será igual a 33:

$$\delta_{ad} = \frac{2V_{max}T}{3}$$

33

Por lo tanto, se puede deducir la fórmula de velocidad máxima (ecuación 35) en términos de tiempo, desplazamiento y saturación partiendo de la ecuación 34:

$$\delta_v + \delta_{ac} = \delta$$

34

$$\frac{2V_{max}T(1-\zeta)}{3} + V_{max}T\zeta = \delta \rightarrow V_{max} = \frac{3\delta}{T(2+\zeta)}$$

35

Tomando como referencia la velocidad máxima en un perfil triangular  $V_{\Delta}$ , esta formula se puede reescribir de la siguiente manera

$$V_{max} = V_{\Delta} \left( \frac{3}{2(2+\zeta)} \right)$$

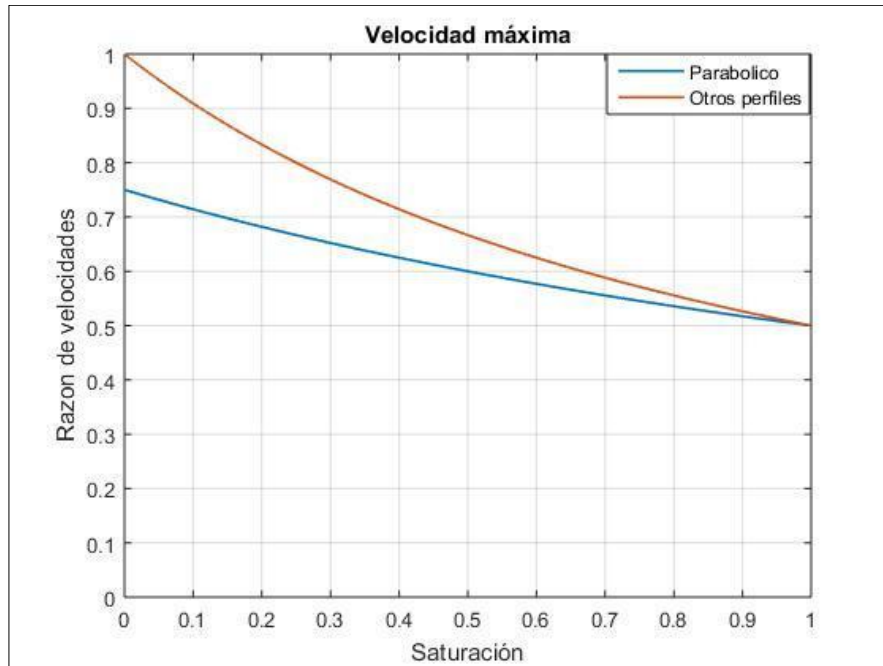
36

Aplicando este análisis a los otros perfiles de velocidad, se llega a la conclusión de que, a excepción del perfil de velocidad cuadrático, todos los perfiles cumplen la ecuación 37:

$$V_{max} = \frac{2\delta}{T(1+\zeta)} = \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)}$$

37

La relación entre la velocidad máxima en un perfil cualquiera y la velocidad máxima en un perfil triangular en función de la saturación se muestran en la siguiente **Figura 11**:



**Figura 11. Proporción entre la velocidad máxima y la velocidad máxima triangular**

Lo anterior permite observar que los perfiles parabólicos permiten obtener desplazamientos iguales, con velocidades máximas inferiores, permitiendo disminuir la velocidad máxima hasta en un 25%. Esta observación ya había sido plantada por algunos autores por la comparación entre perfiles con cúspide angular [30]. Una vez deducidas las funciones de los perfiles de velocidad, los perfiles de aceleración pueden deducidos basados en la definición formal de la aceleración descrita en la ecuación 38:

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt}$$

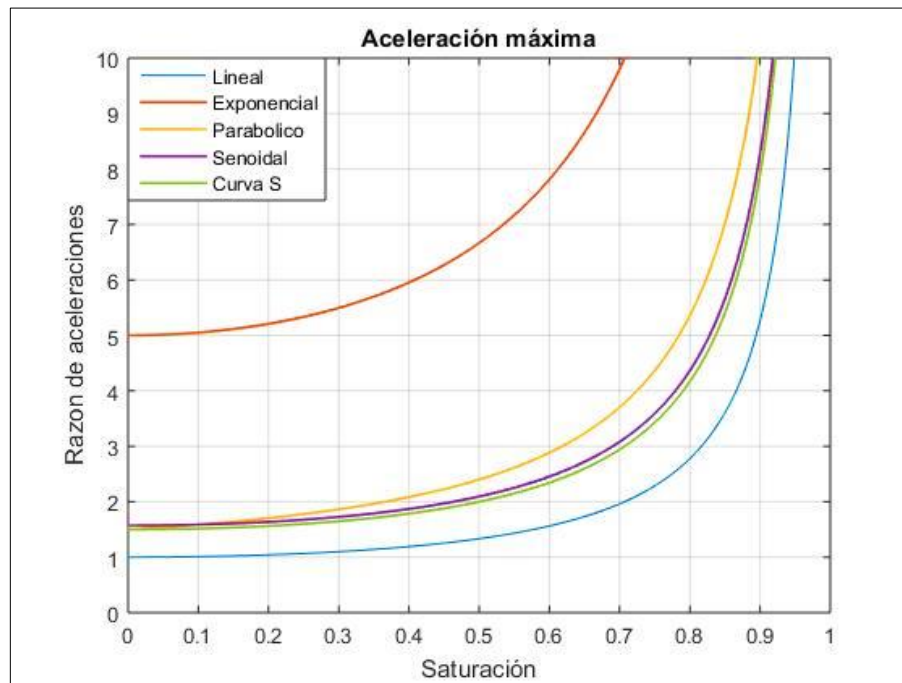
38

De acuerdo con el tipo de ecuaciones que describen los perfiles de velocidad, los tiempos en los cuales se obtienen las aceleraciones máximas varían de uno a otro y no necesariamente coinciden con el tiempo en el cual ocurre la velocidad máxima. Esta información se muestra en la **Tabla 6**.

**Tabla 6. Instante en el cual ocurre la aceleración máxima**

Rampa	Tiempo
Lineal	$0 \leq t < T_a$
Exponencial	$t = 0$
Parabólica	$t = 0$
Senoidal	$t = \frac{T_a}{2}$
Curva S	$t = \frac{T_a}{2}$

Al evaluar las fórmulas de los perfiles de aceleración<sup>6</sup> en este tiempo, la proporción entre la aceleración máxima y la aceleración en un perfil triangular se obtuvo la **Figura 12**, donde se puede observar el comportamiento de la aceleración máxima en función de la saturación. Se puede observar que las aceleraciones mínimas se obtienen en perfiles con rampas lineales, mientras que las aceleraciones máximas se obtienen en perfiles con rampas exponenciales.



**Figura 12. Proporción entre la aceleración máxima y la aceleración triangular**

<sup>6</sup> Remitirse a las secciones 3.2.1-3.2.5 para más información.

A fines de un mejor análisis, se presentarán las ecuaciones de los perfiles de velocidad y aceleración en tres modalidades:

- En términos de la velocidad máxima y el tiempo.
- En términos de las aceleraciones o velocidades de perfiles triangulares y el tiempo.
- En términos de las aceleraciones o velocidades de perfiles triangulares y la proporción entre la variable tiempo y el tiempo total de movimiento (Lo que se conocerá de ahora en adelante como tiempo adimensionalizado ( $\tau$ )).

Las **figuras 12-22** muestran el comportamiento los perfiles de velocidad y aceleración en términos del tiempo adimensional, la aceleración y la velocidad triangulares para saturaciones de  $0, \frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{3}$ .

### 3.2.1 Análisis para perfiles con rampas lineales

#### a. En términos de la velocidad máxima y el tiempo.

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil lineal, en términos de la velocidad máxima y el tiempo están dadas por las ecuaciones 39-40.

$$V(t) = \begin{cases} \frac{2V_{max}t}{T(1-\zeta)} & \text{si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \\ V_{max} & \text{si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \\ \frac{2V_{max}(T-t)}{T(1-\zeta)} & \text{si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \end{cases}$$

39

$$a(t) = \begin{cases} \frac{2V_{max}}{T(1-\zeta)} & \text{si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \\ 0 & \text{si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \\ \frac{-2V_{max}}{T(1-\zeta)} & \text{si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \end{cases}$$

40

#### b. En términos de la velocidad y aceleración triangulares y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil lineal, en términos del tiempo, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 41-42.

$$V(t) = \left\{ \frac{2V_{\Delta}t}{T(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \quad \text{si} \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{2V_{\Delta}(T-t)}{T(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

41

$$a(t) = \left\{ \frac{a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 \quad \text{si} \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{-a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

42

La aceleración máxima obtenida en este tipo de perfil está dada por la ecuación 43.

$$a_{max} = \frac{a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)}$$

43

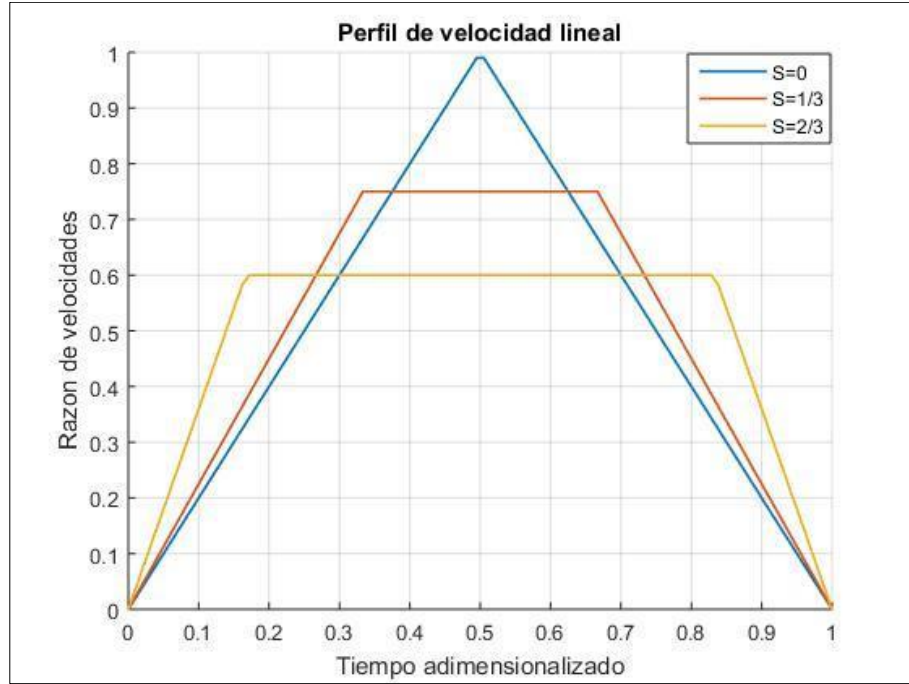
### c. En términos de la velocidad y aceleración triangulares y el tiempo adimensionalizado

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil lineal, en términos del tiempo adimensional, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 44-45. Como se puede apreciar en las figuras **13** y **14**, el incremento en la saturación del perfil de velocidad disminuye la velocidad máxima, mientras que incrementa la aceleración máxima.

$$V(\tau) = \left\{ \frac{2V_{\Delta}\tau}{(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \quad \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)}, \quad \text{si} \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{2V_{\Delta}(1-\tau)}{(1-\zeta^2)} \quad \text{si} \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

44

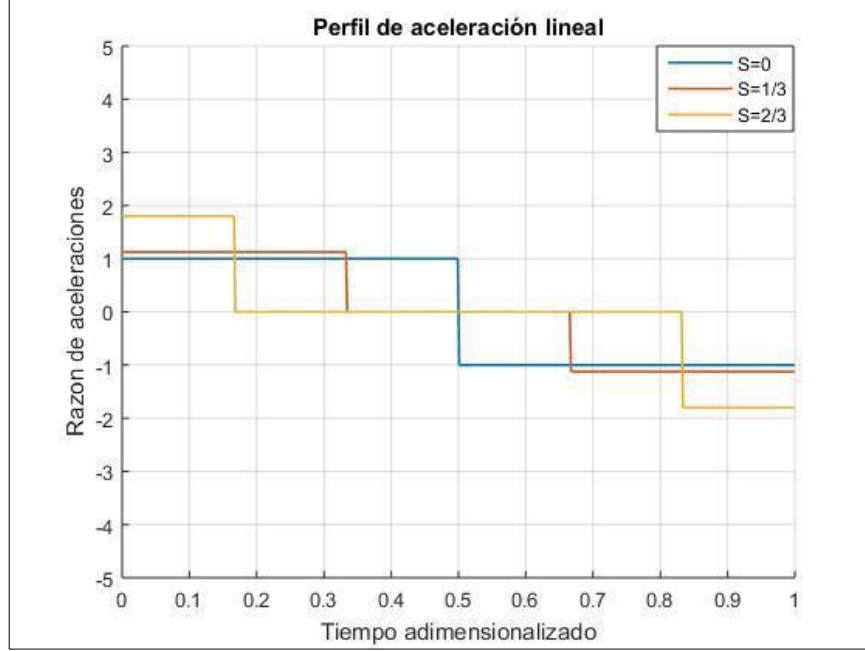




**Figura 13. Influencia de la saturación en la razón de velocidades en el perfil lineal.**

$$a(\tau) = \left\{ \frac{a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} \text{ si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], 0 \text{ si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \frac{-a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} \text{ si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

45



**Figura 14. Influencia de la saturación en la razón de aceleraciones en el perfil lineal.**

### 3.2.2 Análisis para perfiles con rampas exponenciales

#### a. En términos de la velocidad máxima y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil exponencial, en términos de la velocidad máxima y el tiempo están dadas por las ecuaciones 46-47.

$$V(t) = \left\{ V_{max} \left( 1 - e^{-\frac{10t}{T(1-\zeta)}} \right) \quad si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], V_{max} \quad si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], V_{max} e^{-\frac{5(2t-T(1+\zeta))}{T(1-\zeta)}} \quad si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

46

$$a(t) = \left\{ \frac{10V_{max}}{T(1-\zeta)} e^{-\frac{10t}{T(1-\zeta)}} \quad si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], 0 \quad si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \frac{-10V_{max}}{T(1-\zeta)} e^{-\frac{5(2t-T(1+\zeta))}{T(1-\zeta)}} \quad si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

47

#### b. En términos de la velocidad y aceleración triangular y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil exponencial, en términos del tiempo, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 48-49.

$$V(t) = \left\{ \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( 1 - e^{-\frac{10t}{T(1-\zeta)}} \right) \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} e^{-\frac{5(2t-T(1+\zeta))}{T(1-\zeta)}} \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right\}$$

48

$$a(t) = \left\{ \frac{5a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{10t}{T(1-\zeta)}} \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{-5a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{5(2t-T(1+\zeta))}{T(1-\zeta)}} \text{ si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right\}$$

49

La aceleración máxima obtenida en este tipo de perfil está dada por la ecuación 50.

$$a_{max} = \frac{5a_{\Delta}}{(1-\zeta^2)}$$

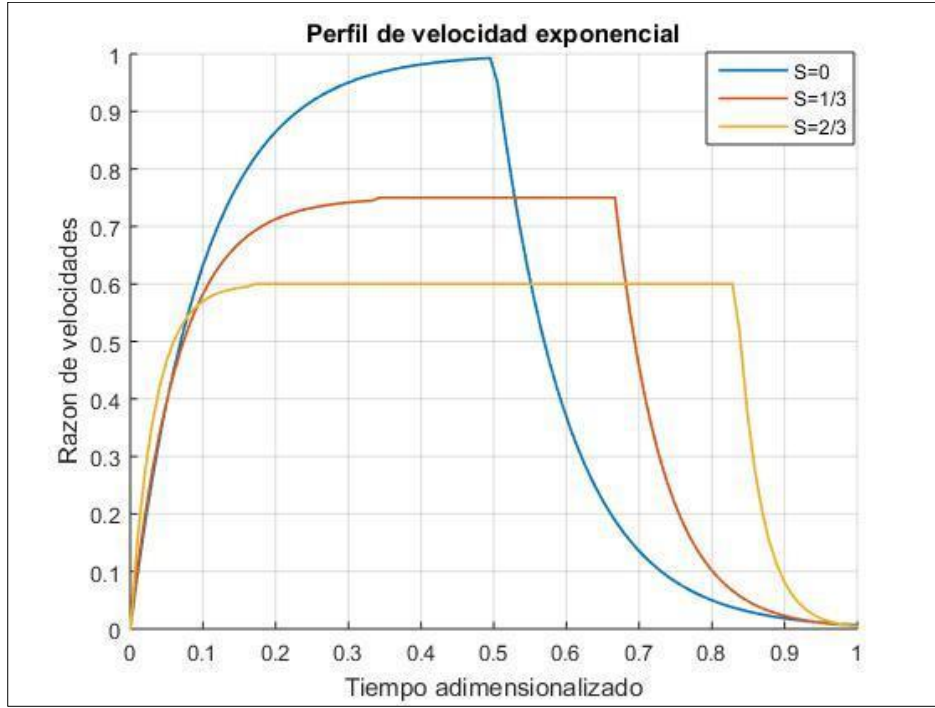
50

### c. En términos de la velocidad y aceleración triangular y el tiempo adimensionalizado

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil exponencial, en términos del tiempo adimensional, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 51-52. Como se puede apreciar en las figuras **15** y **16**, el incremento en la saturación del perfil de velocidad disminuye la velocidad máxima, mientras que incrementa la aceleración máxima.

$$V(\tau) = \left\{ \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( 1 - e^{-\frac{10\tau}{(1-\zeta)}} \right) \text{ si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \quad \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \text{ si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} e^{-\frac{5(2\tau-(1+\zeta))}{(1-\zeta)}} \text{ si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right\}$$

51

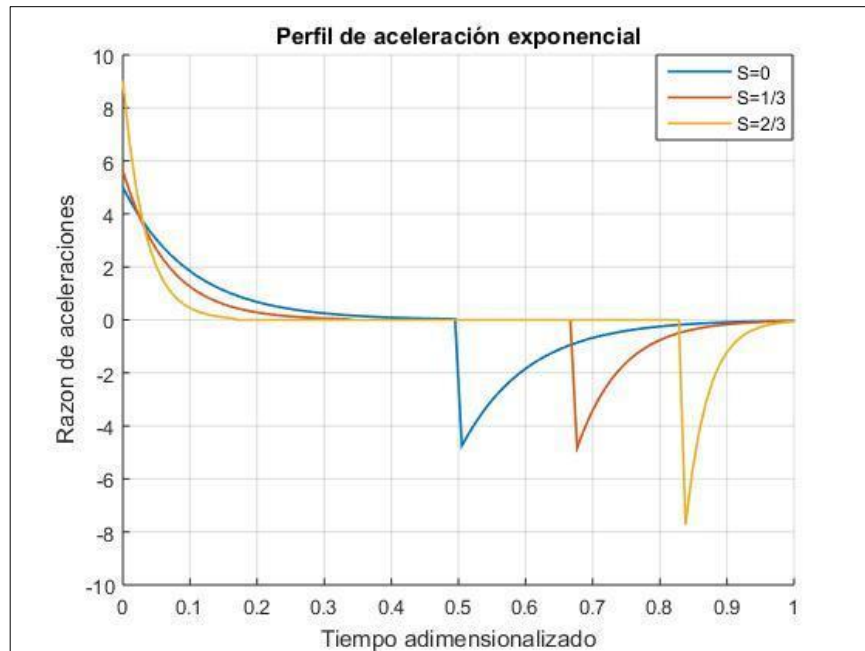


**Figura 15. Razón de velocidades en perfil exponencial**

$$a(\tau) = \begin{cases} \frac{5a_\Delta}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{10\tau}{(1-\zeta)}} & 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \\ 0 & \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau \leq \frac{(1+\zeta)}{2} \\ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \end{cases}$$

$$< \frac{(1+\zeta)}{2} \frac{-5a_\Delta}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{5(2\tau-(1+\zeta))}{(1-\zeta)}} \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1$$

52



**Figura 16. Razón de aceleraciones en perfil exponencial**

### 3.2.3 Análisis para perfiles con rampas parabólicas

#### a. En términos de la velocidad máxima y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil parabólico, en términos de la velocidad máxima y el tiempo están dadas por las ecuaciones 53-54.

$$V(t) = \left\{ \frac{4V_{max}t(T(1-\zeta)-t)}{T^2(1-\zeta)^2} \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], V_{max} \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4V_{max}(t-T\zeta)(T(1-\zeta)-(t-T\zeta))}{T^2(1-\zeta)^2} \text{ si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

53

$$a(t) = \left\{ \frac{4V_{max}}{T^2(1-\zeta)^2} [T(1-\zeta)-2t] \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], 0 \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4V_{max}}{T^2(1-\zeta)^2} [T(1-\zeta)-2(t-T\zeta)] \text{ si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

54

#### b. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil parabólico, en términos del tiempo, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones

$$V(t) = \left\{ \frac{6V_{\Delta}t(T(1-\zeta)-t)}{T^2(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], V_{\Delta} \left( \frac{3}{2(2+\zeta)} \right) \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{6V_{\Delta}(t-T\zeta)(T(1-\zeta)-(t-T\zeta))}{T^2(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \text{ si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

55

$$a(t) = \left\{ \frac{3a_{\Delta}}{T(1-\zeta)^2(2+\zeta)} [T(1-\zeta)-2t], \text{ si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. 0 \text{ si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{3a_{\Delta}}{T(1-\zeta)^2(2+\zeta)} [T(1-\zeta)-2(t-T\zeta)] \text{ si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

56

La aceleración máxima obtenida en este tipo de perfil está dada por la ecuación 57.

$$a_{max} = \frac{3a_{\Delta}}{(1 - \zeta)(2 + \zeta)}$$

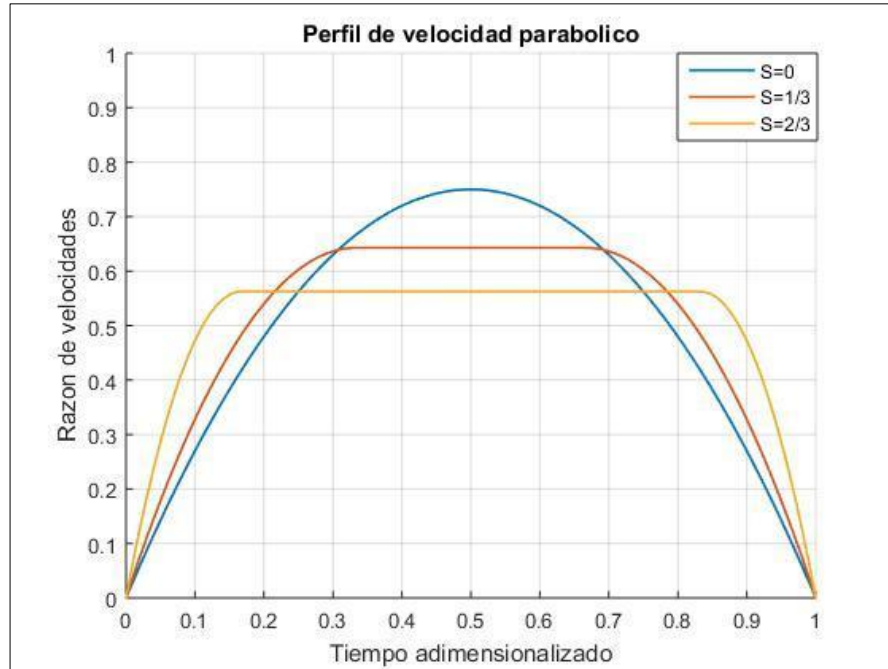
57

**c. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo adimensionalizado.**

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil parabólico, en términos del tiempo adimensional, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 58-59. Como se puede apreciar en las figuras 17 y 18, el incremento en la saturación del perfil de velocidad disminuye la velocidad máxima, mientras que incrementa la aceleración máxima.

$$V(\tau) = \left\{ \begin{aligned} &\frac{6V_{\Delta}\tau((1 - \zeta) - \tau)}{(1 - \zeta)^2(2 + \zeta)} \quad Si \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1 - \zeta)}{2} \right], & V_{\Delta} \left( \frac{3}{2(2 + \zeta)} \right) \quad Si \left[ \frac{(1 - \zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1 + \zeta)}{2} \right], \\ &\frac{6V_{\Delta}(\tau - \zeta)((1 - \zeta) - (\tau - \zeta))}{(1 - \zeta)^2(2 + \zeta)} \quad Si \left[ \frac{(1 + \zeta)}{2} \leq t \leq 1 \right] \end{aligned} \right.$$

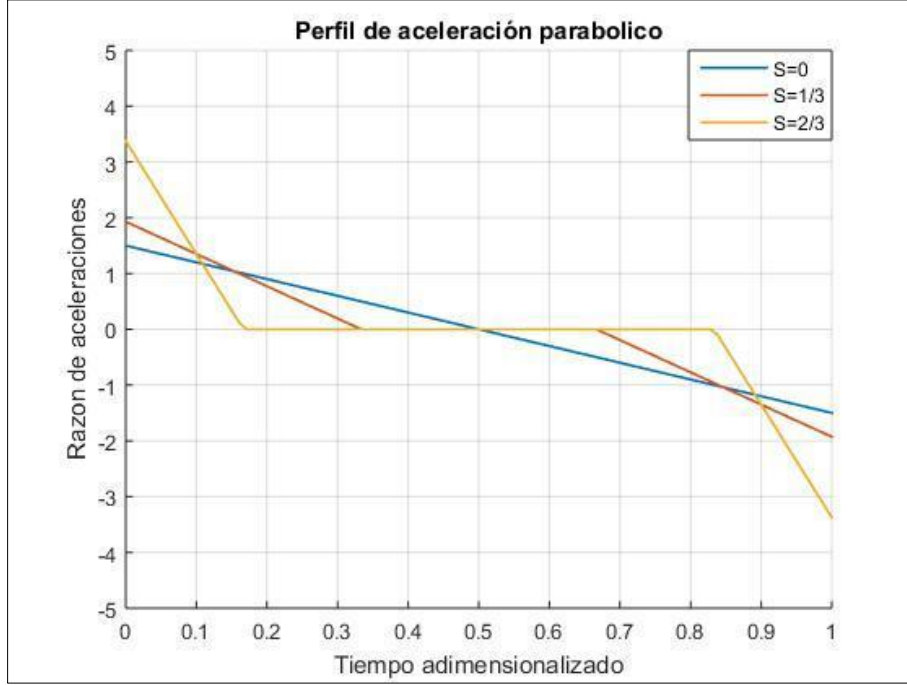
58



**Figura 17. Razón de velocidades en perfil parabólico**

$$a(\tau) = \left\{ \frac{3a_\Delta}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} [(1-\zeta) - 2\tau] \text{ Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 \text{ Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{3a_\Delta}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} [(1-\zeta) - 2(\tau - \zeta)] \text{ Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

59



**Figura 18. Razón de aceleraciones en perfil parabólico**

### 3.2.4 Análisis para perfiles con rampas senoidales

#### a. En términos de la velocidad máxima y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil senoidal, en términos de la velocidad máxima y el tiempo están dadas por las ecuaciones 60-61.

$$V(t) = \left\{ \frac{V_{max}}{2} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi t}{T(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad V_{max} \text{ Si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{max}}{2} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi(t - T\zeta)}{T(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

60

$$a(t) = \left\{ \frac{V_{max}}{2} \left( \frac{2\pi}{T(1-\zeta)} \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 Si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{max}}{2} \left( \frac{2\pi}{T(1-\zeta)} \text{sen} \left( \frac{2\pi(t-T\zeta)}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

61

### b. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil senoidal, en términos del tiempo, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 62-63.

$$V(t) = \left\{ \frac{V_{\Delta}}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi t}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{\Delta}}{(1+\zeta)} Si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_{\Delta}}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi(t-T\zeta)}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

62

$$a(t) = \left\{ \frac{a_{\Delta}}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 Si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{a_{\Delta}}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \text{sen} \left( \frac{2\pi(t-T\zeta)}{T(1-\zeta)} \right) \right) Si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

63

La aceleración máxima obtenida en este tipo de perfil está dada por la ecuación 64.

$$a_{max} = \frac{\pi a_{\Delta}}{2(1-\zeta^2)}$$

64

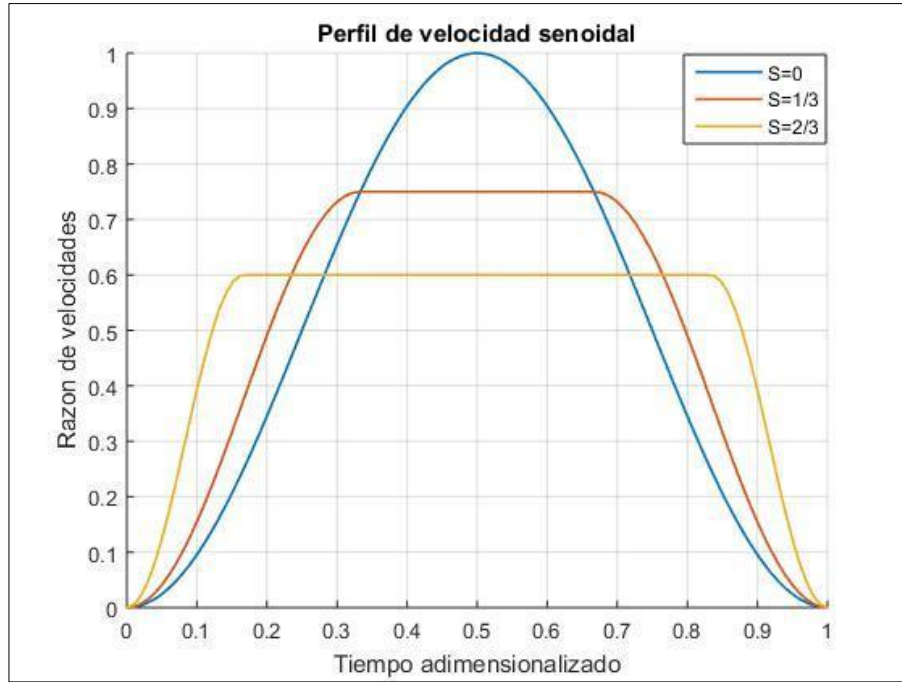
### c. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo adimensionalizado

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil senoidal, en términos del tiempo adimensional, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 65-66. Como se puede apreciar en las figuras **19** y **20**, el incremento en la saturación del perfil de velocidad disminuye la velocidad máxima, mientras que incrementa la aceleración máxima.



$$V(\tau) = \left\{ \frac{V_\Delta}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi\tau}{(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \frac{V_\Delta}{(1+\zeta)} \text{ Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{V_\Delta}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi(\tau-\zeta)}{(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

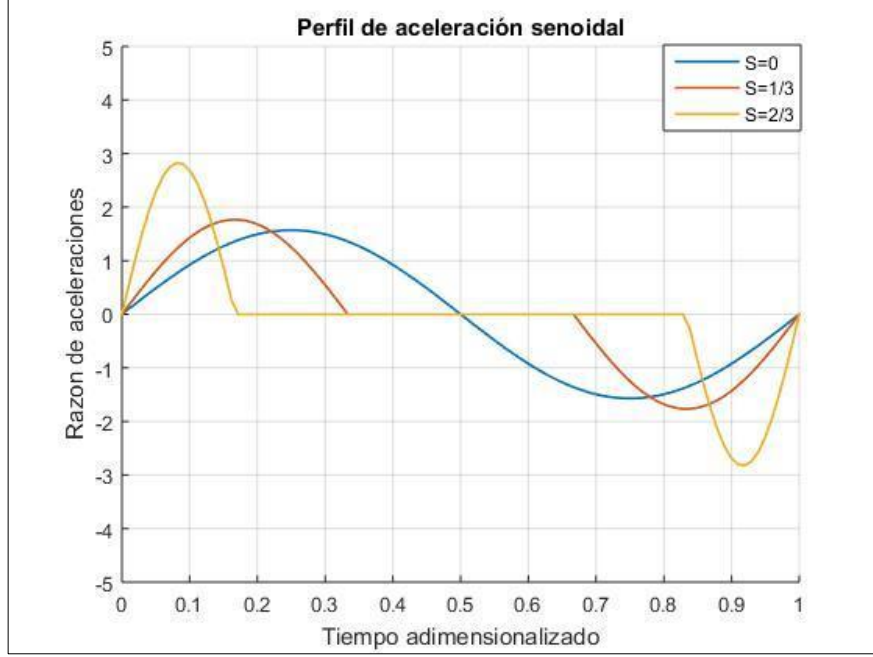
65



**Figura 19. Razón de velocidades en perfil senoidal**

$$a(\tau) = \left\{ \frac{a_\Delta}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \text{ sen } \left( \frac{2\pi\tau}{(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], 0 \text{ Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{a_\Delta}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \text{ sen } \left( \frac{2\pi(\tau-\zeta)}{(1-\zeta)} \right) \right) \text{ Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

66



**Figura 20. Razón de aceleraciones en perfil senoidal**

### 3.2.5 Análisis para perfiles con rampas curva-s

#### a. En términos de la velocidad máxima y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil curva s, en términos de la velocidad máxima y el tiempo están dadas por las ecuaciones 67-68.

$$V(t) = \left\{ 4V_{max} \left( \frac{3t^2}{T^2(1-\zeta)^2} - \frac{4t^3}{T^3(1-\zeta)^3} \right) \text{ Si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], V_{max} \text{ Si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4V_{max}}{T^3} (T(1-\zeta) - (t - T\zeta))^2 (4(t - T\zeta) - T(1-\zeta)) \text{ Si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

67

$$a(t) = \left\{ \frac{24V_{max}t(T(1-\zeta) - 2t)}{T^3(1-\zeta)^3} \text{ Si } \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], 0 \text{ Si } \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{24V_{max}(T^2(1-\zeta)^2 - 3T(1-\zeta)(t - T\zeta) + 2(t - T\zeta)^2)}{T^3(1-\zeta)^3} \text{ Si } \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right.$$

68

#### b. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil curva-s, en términos del tiempo, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 69-70.

$$V(t) = \left\{ \frac{4V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( \frac{3t^2}{T^2(1-\zeta)^2} - \frac{4t^3}{T^3(1-\zeta)^3} \right) Si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \frac{V_{max}}{(1+\zeta)} Si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4V_{\Delta}}{T^3(1-\zeta)^3(1+\zeta)} (T-t)^2 (4t-3\zeta T-T) Si \left[ \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right\}$$

69

$$a(t) = \left\{ \frac{12a_{\Delta}t}{(1+\zeta)} \left( \frac{T(1-\zeta)-2t}{T^2(1-\zeta)^3} \right) Si \left[ 0 \leq t < \frac{T(1-\zeta)}{2} \right], \quad 0 Si \left[ \frac{T(1-\zeta)}{2} \leq t < \frac{T(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. Si \left[ \frac{12a_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( \frac{T^2(1-\zeta)^2 - 3T(1-\zeta)(t-T\zeta) + 2(t-T\zeta)^2}{T^2(1-\zeta)^3} \right) \quad \frac{T(1+\zeta)}{2} \leq t \leq T \right] \right\}$$

70

La aceleración máxima obtenida en este tipo de perfil está dada por la ecuación 71.

$$a_{max} = \frac{3a_{\Delta}}{2(1-\zeta^2)}$$

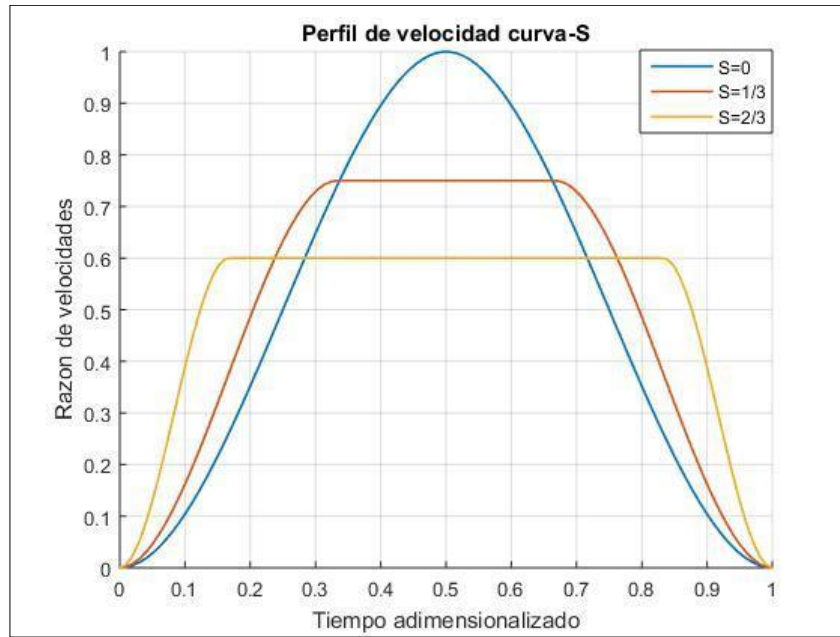
71

### c. En términos de la velocidad/aceleración triangular y el tiempo adimensionalizado

Las funciones de velocidad y aceleración del perfil curva s, en términos del tiempo adimensional, la velocidad y la aceleración triangulares están dadas por las ecuaciones 72-73. Como se puede apreciar en las figuras **21** y **22**, el incremento en la saturación del perfil de velocidad disminuye la velocidad máxima, mientras que incrementa la aceleración máxima.

$$V(\tau) = \left\{ \frac{4V_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( \frac{3\tau^2}{(1-\zeta)^2} - \frac{4\tau^3}{(1-\zeta)^3} \right) Si \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], Si \frac{V_{max}}{(1+\zeta)} \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4V_{\Delta}}{(1-\zeta)^3(1+\zeta)} (1-\tau)^2 (4\tau-3\zeta-1) Si \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right\}$$

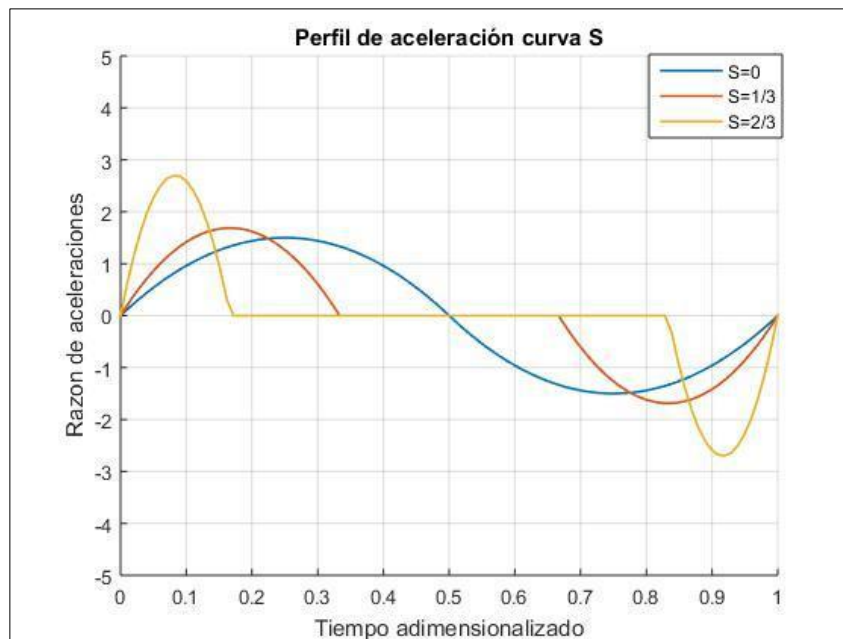
72



**Figura 21. Razón de velocidades en perfil curva-s**

$$a(\tau) = \begin{cases} \frac{12a_d\tau}{(1+\zeta)} \left( \frac{(1-\zeta)-2\tau}{(1-\zeta)^3} \right) & \text{Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \\ 0 & \text{Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \\ \frac{12a_d}{(1+\zeta)} \left( \frac{(1-\zeta)^2 - 3(1-\zeta)(\tau-\zeta) + 2(\tau-\zeta)^2}{(1-\zeta)^3} \right) & \text{Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \end{cases}$$

73



**Figura 22. Razón de aceleraciones en perfil curva-s**

### 3.3 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE FUERZAS Y PARES.

Para llevar a cabo el proceso de manipulación de carga, se requiere proporcionar al receptor una fuerza/carga mecánica que permita modificar su estado de movimiento. Esta carga mecánica se utiliza en los siguientes aspectos:

- a. Contrarrestar aquellas cargas que son independientes a la aceleración del sistemas (cargas no inerciales).
- b. Proporcionar la carga mecánica requerida para acelerar/desacelerar el sistema (cargas inerciales).

Por consiguiente, la fuerza total puede expresarse como una suma de las fuerzas no inerciales y las fuerzas inerciales, como se muestra en la ecuación 74.

$$F = F_{Ni} + F_i$$

74

Como ejemplo de fuerzas de tipo no inerciales, vale la pena mencionar el peso, las fuerzas de corte en procesos de fabricación, fuerzas de deformación, la fricción cinética, la fricción por rodadura, las fuerzas viscosas entre otras. El impacto de la cinemática en la fuerza total dependerá de la proporción entre las fuerzas no inerciales y las fuerzas inerciales. Por consiguiente, suponiendo que las fuerzas no inerciales son independientes a la cinemática, la fuerza total se expresa como se muestra en la ecuación 75:

$$F = F_{Ni} + ma$$

75

El valor de la aceleración depende del tipo de perfil, del instante de tiempo en el cual se evalué y de la saturación, por ende, es difícil utilizarla como un indicador para la proporción entre las cargas inerciales y las no inerciales, sin embargo, para todo perfil, se cumple que la aceleración es igual a la aceleración triangular por una función que depende del tiempo y el tipo de perfil, como muestra la ecuación 76. La variación de la aceleración se muestra en la **Tabla 7**.

$$a = a_{\Delta}f(\tau, \zeta, perfil)$$

76

**Tabla 7. Variación de la aceleración en términos de la aceleración triangular**

Rampa	$f(\tau, \zeta, perfil)$
Lineal	$\frac{1}{(1 - \zeta^2)}$
Exponencial	$\frac{5}{(1 - \zeta^2)} e^{-\frac{10\tau}{(1 - \zeta)}}$
Parabólica	$\frac{3}{(1 - \zeta)^2(2 + \zeta)} [(1 - \zeta) - 2\tau]$
Senoidal	$\frac{1}{2(1 - \zeta^2)} \left( \pi \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi\tau}{(1 - \zeta)} \right) \right)$
Curva S	$\frac{12\tau}{(1 + \zeta)} \left( \frac{(1 - \zeta) - 2\tau}{(1 - \zeta)^3} \right)$

Es por esta variación con respecto al tiempo que se tomara como indicador para la proporción entre las fuerzas no inerciales y las fuerzas inerciales, el cociente entre las fuerzas no inerciales y las fuerzas inerciales evaluadas en un perfil triangular, el cual se denominara  $C$  (77).

$$C = \frac{F_{Ni}}{ma_{\Delta}}$$

77

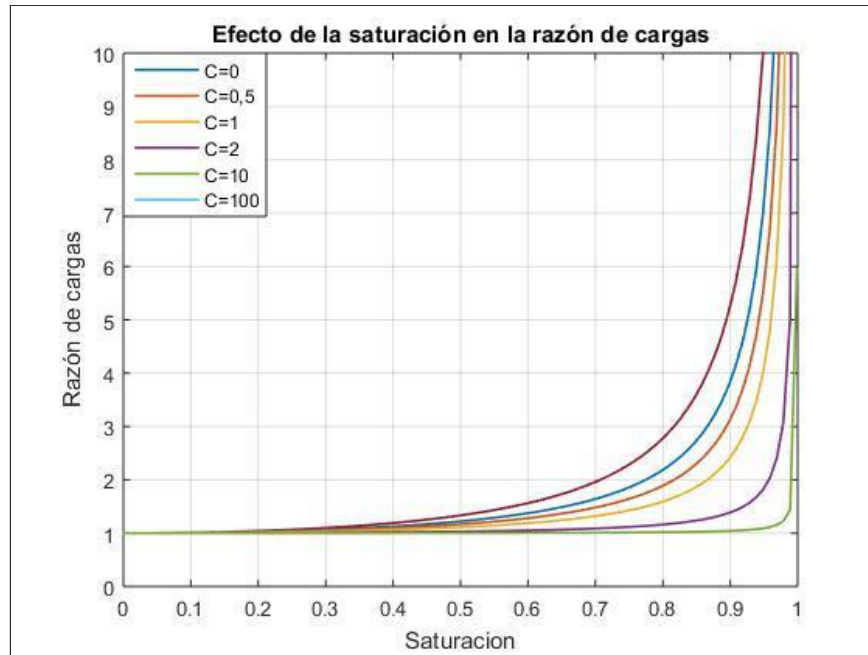
Para analizar el efecto de la saturación sobre la fuerza máxima para cada perfil de velocidad, dependiendo de la proporción entre fuerzas inerciales y fuerzas no inerciales, se graficará la proporción entre la fuerza máxima para una saturación cualquiera y la fuerza máxima en un perfil triangular (ecuación 78).

$$\frac{F}{F_{\Delta}} = \frac{C + f(\tau, \zeta, perfil)}{C + 1}$$

78

### 3.3.1 Análisis para perfiles con rampas lineales

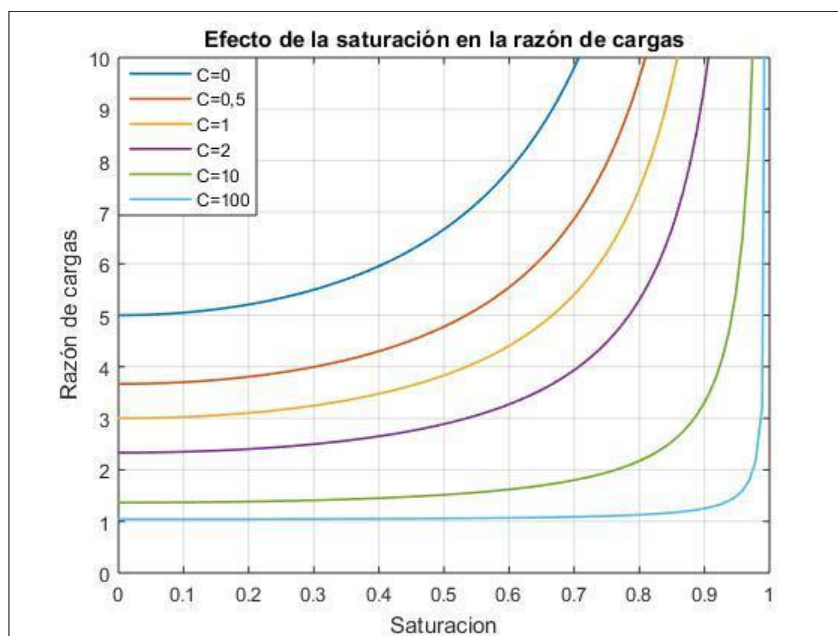
En la **Figura 23** se muestra la variación del par/fuerza requerida reflejada en la razón de cargas ante la variación de la saturación para perfiles lineales. Como se puede apreciar, el efecto de la saturación se hace más evidente a medida que el parámetro  $C$  es más pequeño. Esto sucede debido a que cuando disminuyen las cargas no inerciales con respecto a las cargas inerciales, el efecto de la aceleración tiene mayor impacto en las cargas del sistema.



**Figura 23. Influencia de la saturación en la razón de cargas en el perfil lineal**

### 3.3.2 Análisis para perfiles con rampas exponenciales

En la **Figura 24** se muestra la variación del par/fuerza requerida reflejada en la razón de cargas ante la variación de la saturación para perfiles exponenciales. Como se puede apreciar, el efecto de la saturación se hace más evidente a medida que el parámetro C es más pequeño. Esto sucede debido a que cuando disminuyen las cargas no inerciales con respecto a las cargas inerciales, el efecto de la aceleración tiene mayor impacto en las cargas del sistema.



**Figura 24. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil exponencial**

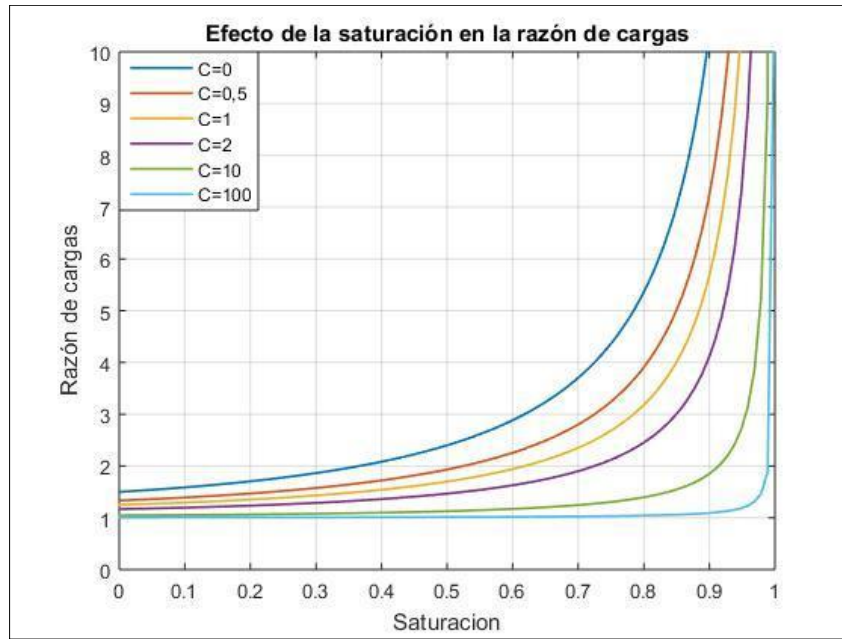
El efecto de la saturación en este perfil es más notorio que el efecto producido en el perfil de rampas lineales. También se hace evidente que, en términos generales, las cargas que maneja este tipo de perfil son superiores.

### 3.3.3 Análisis para perfiles con rampas parabólicas

En la **Figura 25** se muestra la variación del par/fuerza requerida reflejada en la razón de cargas ante la variación de la saturación para perfiles parabólicos. Como se puede apreciar, el efecto de la saturación se hace más evidente a medida que el parámetro  $C$  es más pequeño. Esto sucede debido a que cuando disminuyen las cargas no inerciales con respecto a las cargas inerciales, el efecto de la aceleración tiene mayor impacto en las cargas del sistema.

El efecto de la saturación en este perfil es más notorio que el efecto producido en el perfil de rampas lineales, sin embargo, su efecto sigue siendo inferior al observado en los perfiles exponenciales.



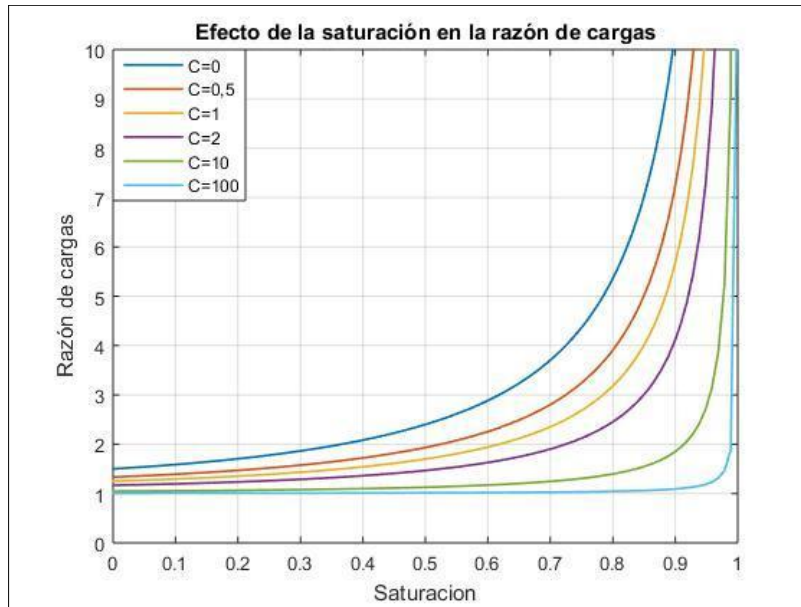


**Figura 25. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil parabólico**

### 3.3.4 Análisis para perfiles con rampas senoidales

En la **Figura 26** se muestra la variación del par/fuerza requerida reflejada en la razón de cargas ante la variación de la saturación para perfiles senoidales. Como se puede apreciar, el efecto de la saturación se hace más evidente a medida que el parámetro C es más pequeño. Esto sucede debido a que cuando disminuyen las cargas no inerciales con respecto a las cargas inerciales, el efecto de la aceleración tiene mayor impacto en las cargas del sistema.

El efecto de la saturación en este perfil es más notorio que el efecto producido en el perfil de rampas lineales, sin embargo, su efecto sigue siendo inferior al observado en los perfiles exponenciales.

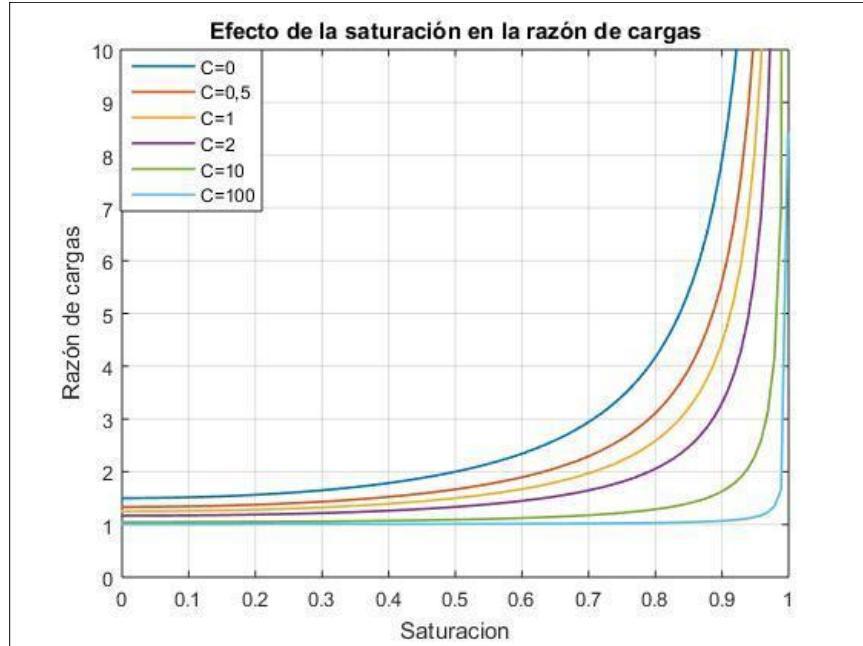


**Figura 26. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil senoidal**

### 3.3.5 Análisis para perfiles con rampas curva-s

En la **Figura 27** se muestra la variación del par/fuerza requerida reflejada en la razón de cargas ante la variación de la saturación para perfiles curva-s. Como se puede apreciar, el efecto de la saturación se hace más evidente a medida que el parámetro C es más pequeño. Esto sucede debido a que cuando disminuyen las cargas no inerciales con respecto a las cargas inerciales, el efecto de la aceleración tiene mayor impacto en las cargas del sistema.

El efecto de la saturación en este perfil es más notorio que el efecto producido en el perfil de rampas lineales, sin embargo, su efecto sigue siendo inferior al observado en los perfiles exponenciales.



**Figura 27. Influencia de la saturación en la razón de cargas en perfil curva s**

### 3.4 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE POTENCIA REQUERIDA

La potencia instantánea requerida por un sistema mecánico equivale al producto de su velocidad y su fuerza o su par por la velocidad angular. La función fuerza, como ya se explicó en la sección anterior, depende de la proporción de cargas y de la función aceleración. De manera que puede expresarse como se muestra en la ecuación 79.

$$F(\tau) = (F_{Ni} + ma_{\Delta}f(\tau, \zeta, perfil)) = ma_{\Delta}(C + f(\tau, \zeta, perfil))$$

79

Al igual que la aceleración, la velocidad también depende del instante de tiempo en que se evalué, del tipo de perfil y de la saturación, de tal manera que puede ser expresada como se muestra en la ecuación 80.

$$V(\tau) = V_{\Delta}f'(\tau, \zeta, perfil)$$

80

La potencia mecánica instantánea se calcula como la multiplicación de la fuerza y la velocidad. Tomando las ecuaciones 79-80, la potencia mecánica requerida puede ser expresada mediante la ecuación 81:

$$P = ma_{\Delta} V_{\Delta} f'(\tau, \zeta, perfil)(C + f(\tau, \zeta, perfil)) = P_{\Delta i} f'(\tau, \zeta, perfil)(C + f(\tau, \zeta, perfil))$$

81

Para fines de simplificación, se definirá la potencia máxima en un perfil triangular bajo cargas inerciales como  $P_{\Delta i}$ . Es de especial importancia el valor máximo de esa potencia a lo largo del ciclo de movimiento. En las siguientes secciones se muestran las funciones de potencia en función del tiempo, y la variación de la potencia instantánea máxima en función de la saturación. A diferencia de la velocidad máxima, la aceleración y la fuerza máximas, la variación de la potencia instantánea máxima en función de la saturación no es monotonica, por lo cual la variación de la potencia instantánea se grafica como cociente respecto a la potencia instantánea máxima en un perfil triangular y con respecto a su valor mínimo. Esta última categoría de gráficas permitirá posteriormente proponer una estrategia de optimización.

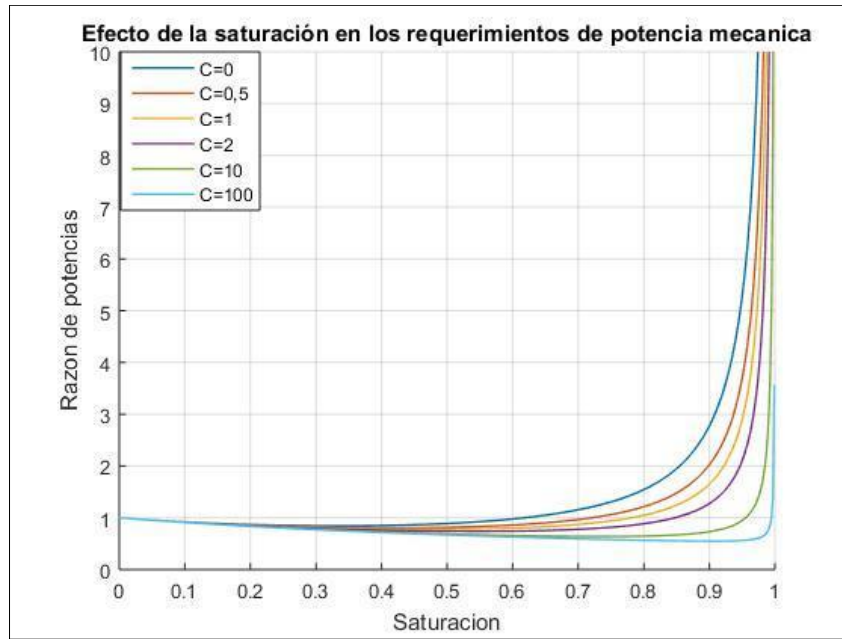
### 3.4.1 Analisis para perfiles con rampas lineales

La ecuación 82 muestra la variación de la potencia instantánea en perfiles lineales en función del tiempo adimensionalizado. Como se puede observar, la variación de la potencia es lineal con respecto al tiempo.

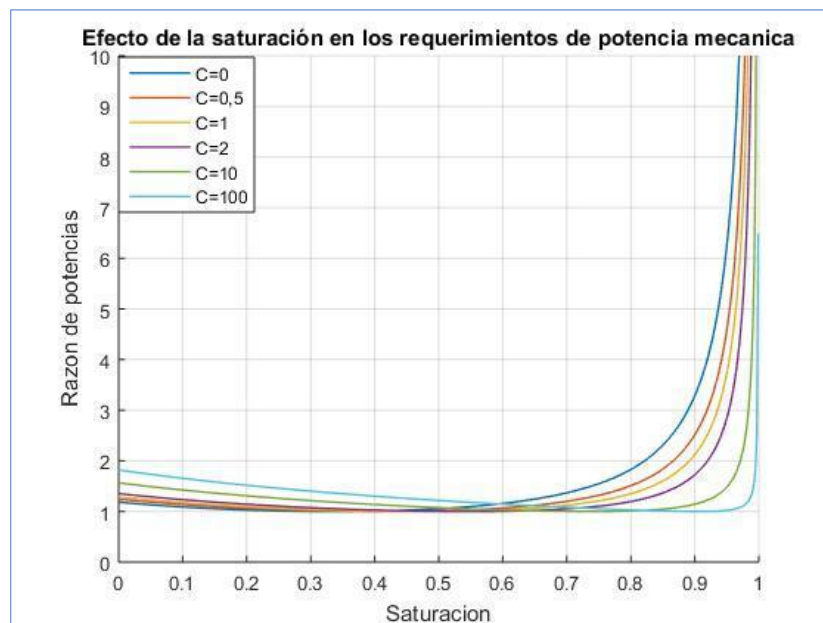
$$P(\tau) = \left\{ \frac{2P_{\Delta i}\tau}{(1-\zeta^2)} \left( C + \frac{1}{(1-\zeta^2)} \right) \text{ Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \quad \frac{P_{\Delta i}}{(1+\zeta)} C \text{ Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{2P_{\Delta i}(1-\tau)}{(1-\zeta^2)} \left( C - \frac{1}{(1-\zeta^2)} \right) \text{ Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

82

La **Figura 28** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima en un perfil triangular para distintos valores de  $C$ . La **Figura 29** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima “mínima” que se puede obtener para dicho perfil utilizando la saturación adecuada para distintos valores de  $C$ .



**Figura 28. Influencia de la saturación en la razón de potencias mecánicas en el perfil lineal**



**Figura 29. Influencia de la saturación en la razón en la potencia requerida en perfil lineal (respecto al mínimo).**

### 3.4.2 Análisis para perfiles con rampas exponenciales

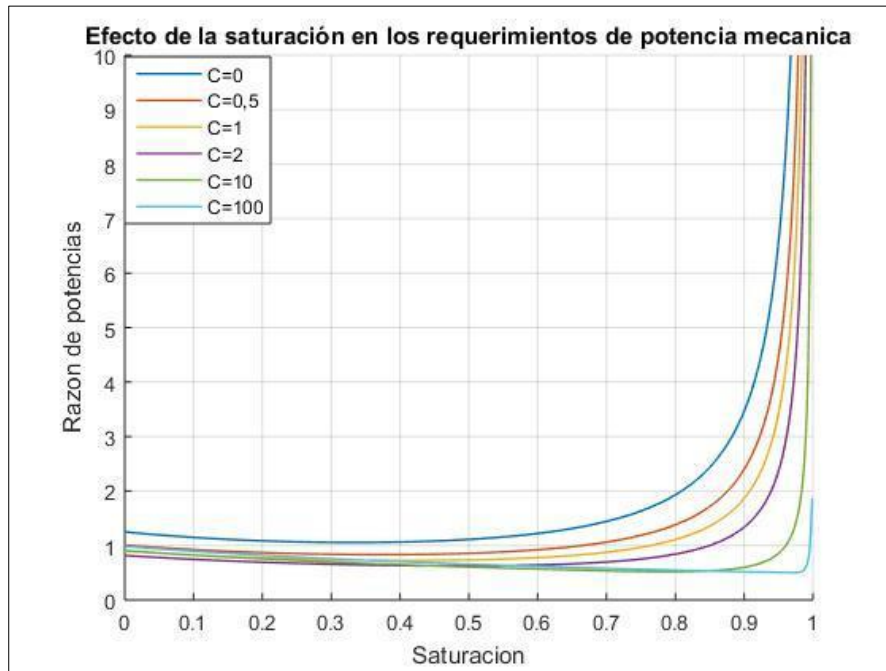
La ecuación 83 muestra la variación de la potencia instantánea en perfiles exponenciales en función del tiempo adimensionalizado. Como se puede observar, la variación de la potencia con

respecto al tiempo es compleja, y si bien proviene de funciones exponenciales, no muestra un patrón evidente como en los perfiles lineales. Lo anterior se debe a la variación de la aceleración en función del tiempo.

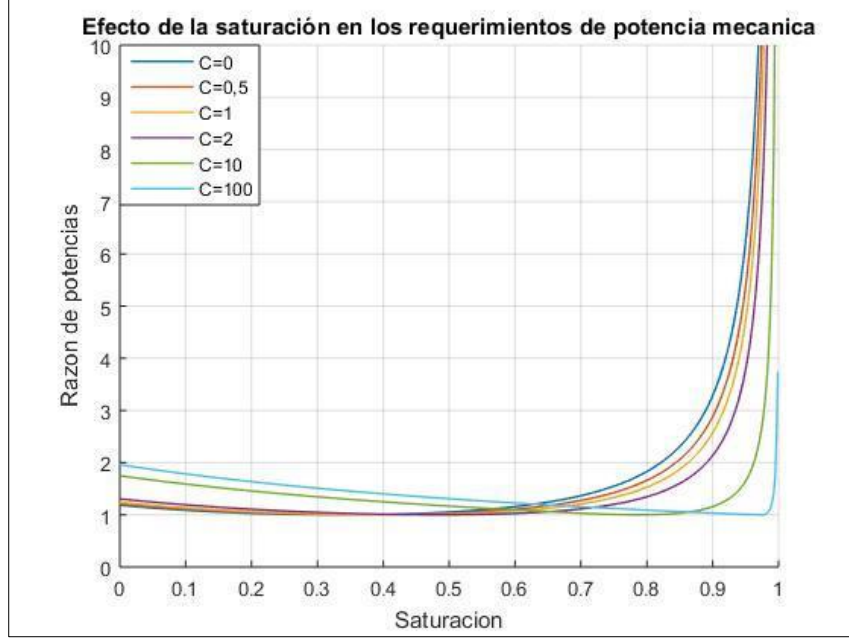
$$P(\tau) = \left\{ \frac{Pi_{\Delta}}{(1+\zeta)} \left( 1 - e^{-\frac{10\tau}{(1-\zeta)}} \right) \left( C + \frac{5}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{10\tau}{(1-\zeta)}} \right) Si \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \right. \\ \frac{Pi_{\Delta}}{(1+\zeta)} C Si \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \\ \left. \frac{Pi_{\Delta}}{(1+\zeta)} e^{-\frac{5(2\tau-(1+\zeta))}{(1-\zeta)}} \left( C - \frac{5}{(1-\zeta^2)} e^{-\frac{5(2\tau-(1+\zeta))}{(1-\zeta)}} \right) Si \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right\}$$

83

La **Figura 30** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima en un perfil triangular para distintos valores de C. La **Figura 31** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima “mínima” que se puede obtener para dicho perfil utilizando la saturación adecuada para distintos valores de C. Como se puede observar en dichas imágenes, la variación de la potencia máxima al alejarse de su valor mínimo es más notoria que en los perfiles lineales.



**Figura 30. Razón de potencias en perfil exponencial**



**Figura 31. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil exponencial**

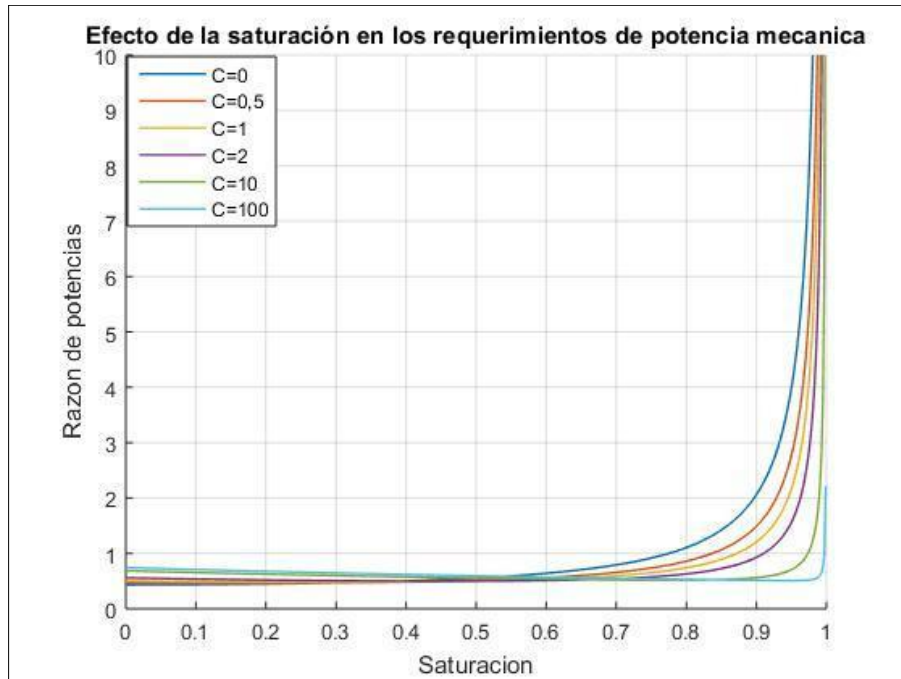
### 3.4.3 Análisis para perfiles con rampas parabólicas

La ecuación 84 muestra la variación de la potencia instantánea en perfiles parabólicos en función del tiempo adimensionalizado. Como se puede observar, la variación de la potencia con respecto al tiempo es compleja, y si bien proviene de funciones polinómicas, no muestra un patrón evidente como en los perfiles lineales. Lo anterior se debe a la variación de la aceleración en función del tiempo.

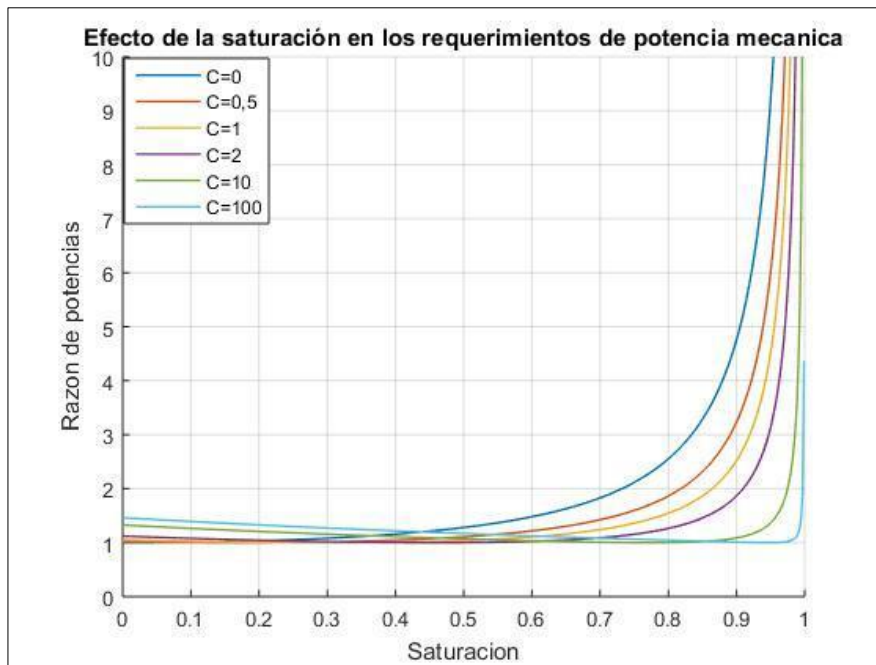
$$P(\tau) = \begin{cases} \frac{6P_{id}\tau((1-\zeta)-\tau)}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \left( C + \frac{3[(1-\zeta)-2\tau]}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \right) & \text{Si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \\ P_{id} \left( \frac{3}{2(2+\zeta)} \right) C & \text{Si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \\ \frac{6P_{id}(\tau-\zeta)((1-\zeta)-(\tau-\zeta))}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \left( C + \frac{3[(1-\zeta)-2(\tau-\zeta)]}{(1-\zeta)^2(2+\zeta)} \right) & \text{Si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \end{cases}$$

84

La **Figura 32** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima en un perfil triangular para distintos valores de C. La **Figura 33** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima “mínima” que se puede obtener para dicho perfil utilizando la saturación adecuada para distintos valores de C.



**Figura 32. Razón de potencias en perfil parabólico**



**Figura 33. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil parabólico**

### 3.4.4 Análisis para perfiles con rampas senoidales

La ecuación 85 muestra la variación de la potencia instantánea en perfiles senoidales en función del tiempo adimensionalizado. Como se puede observar, la variación de la potencia con respecto

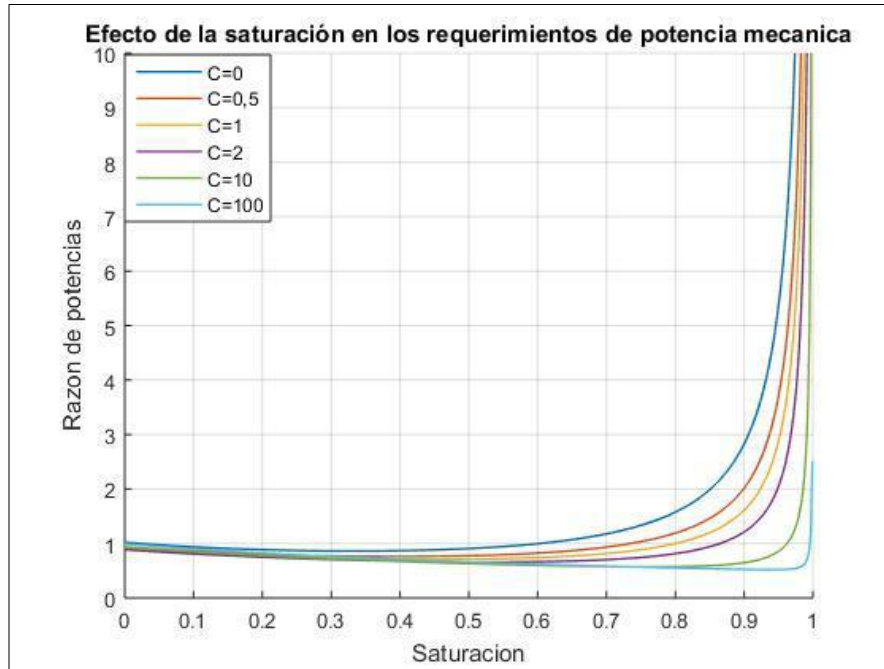


al tiempo es compleja, y si bien proviene de funciones trigonométricas, no muestra un patrón evidente como en los perfiles lineales. Lo anterior se debe a la variación de la aceleración en función del tiempo.

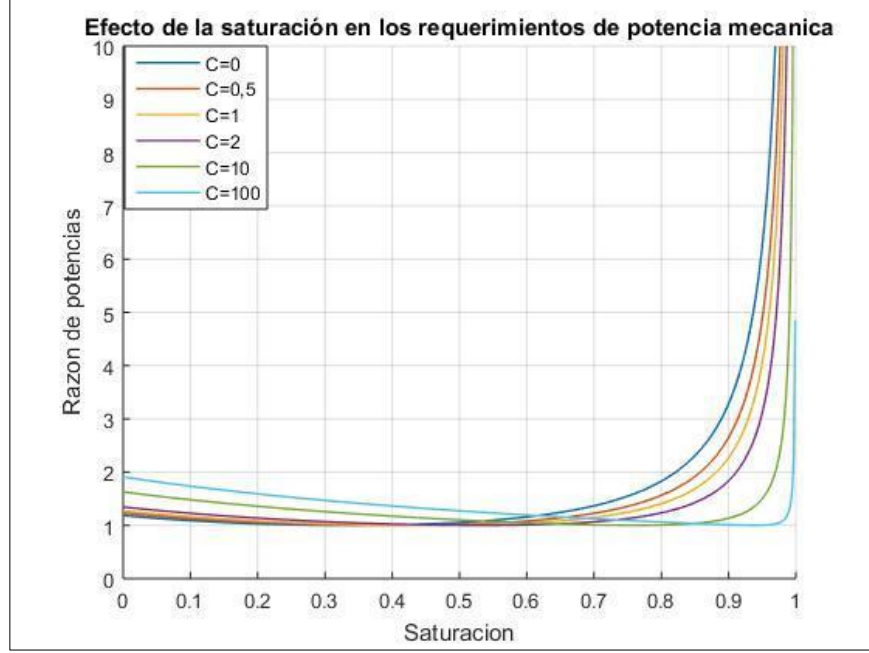
$$P(\tau) = \left\{ \frac{P_{i\Delta}}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi\tau}{(1-\zeta)} \right) \right) \left( C + \frac{1}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi\tau}{(1-\zeta)} \right) \right) \right) \right\} \operatorname{Si} \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \frac{P_{i\Delta}C}{(1+\zeta)} \operatorname{Si} \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \frac{P_{i\Delta}}{2(1+\zeta)} \left( 1 - \cos \cos \left( \frac{2\pi(\tau-\zeta)}{(1-\zeta)} \right) \right) \left( C + \frac{1}{2(1-\zeta^2)} \left( \pi \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi(\tau-\zeta)}{(1-\zeta)} \right) \right) \right) \right\} \operatorname{Si} \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right]$$

85

La **Figura 34** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima en un perfil triangular para distintos valores de C. La **Figura 35** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima “mínima” que se puede obtener para dicho perfil utilizando la saturación adecuada para distintos valores de C.



**Figura 34. Razón de potencias en perfil senoidal**



**Figura 35. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil senoidal**

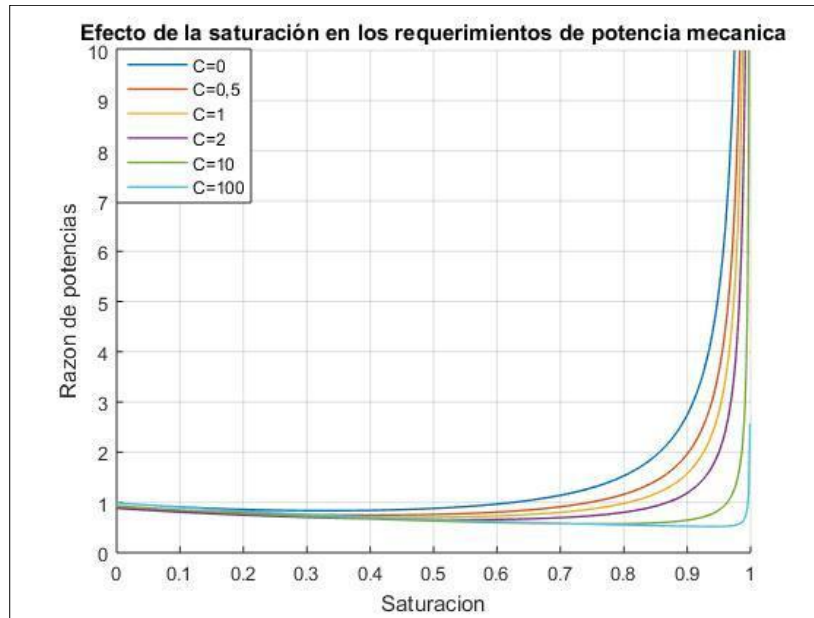
### 3.4.5 Análisis para perfiles con rampas curva-s

La ecuación 86 muestra la variación de la potencia instantánea en perfiles senoidales en función del tiempo adimensionalizado. Como se puede observar, la variación de la potencia con respecto al tiempo es compleja, y si bien proviene de funciones polinómicas, no muestra un patrón evidente como en los perfiles lineales. Lo anterior se debe a la variación de la aceleración en función del tiempo.

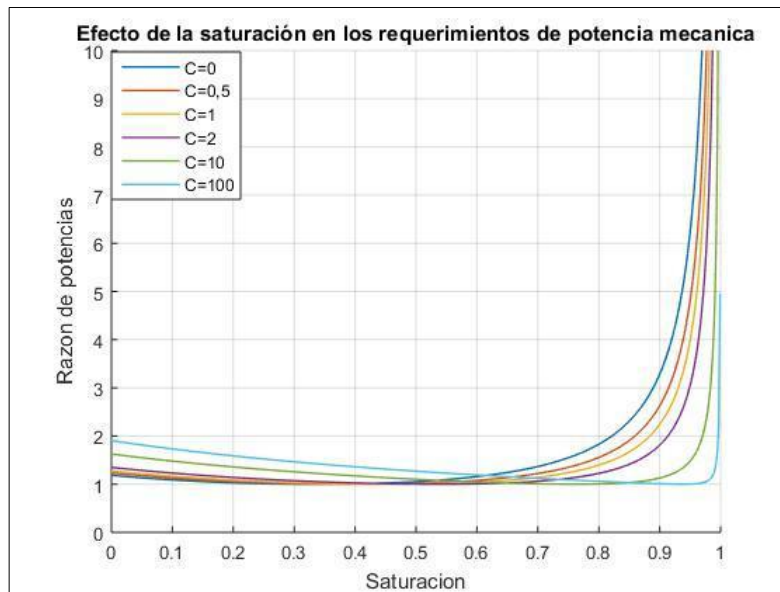
$$P(\tau) = \left\{ \frac{4P_{ld}}{(1+\zeta)} \left( \frac{3\tau^2}{(1-\zeta)^2} - \frac{4\tau^3}{(1-\zeta)^3} \right) \left( C + \frac{12\tau}{(1+\zeta)} \left( \frac{(1-\zeta) - 2\tau}{(1-\zeta)^3} \right) \right) \text{ si } \left[ 0 \leq \tau < \frac{(1-\zeta)}{2} \right], \quad \frac{P_{ld}C}{(1+\zeta)} \text{ si } \left[ \frac{(1-\zeta)}{2} \leq \tau < \frac{(1+\zeta)}{2} \right], \right. \\ \left. \frac{4P_{ld}}{(1-\zeta)^3(1+\zeta)} (1-\tau)^2 (4\tau - 3\zeta - 1) \left( C + \frac{12}{(1+\zeta)} \left( \frac{(1-\zeta)^2 - 3(1-\zeta)(\tau - \zeta) + 2(\tau - \zeta)^2}{(1-\zeta)^3} \right) \right) \text{ si } \left[ \frac{(1+\zeta)}{2} \leq \tau \leq 1 \right] \right.$$

86

La **Figura 36** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima en un perfil triangular para distintos valores de C. La **Figura 37** muestra la proporción entre la potencia instantánea máxima en el perfil, comparada con la potencia instantánea máxima “mínima” que se puede obtener para dicho perfil utilizando la saturación adecuada para distintos valores de C.



**Figura 36. Razón de potencias en perfil curva-s**

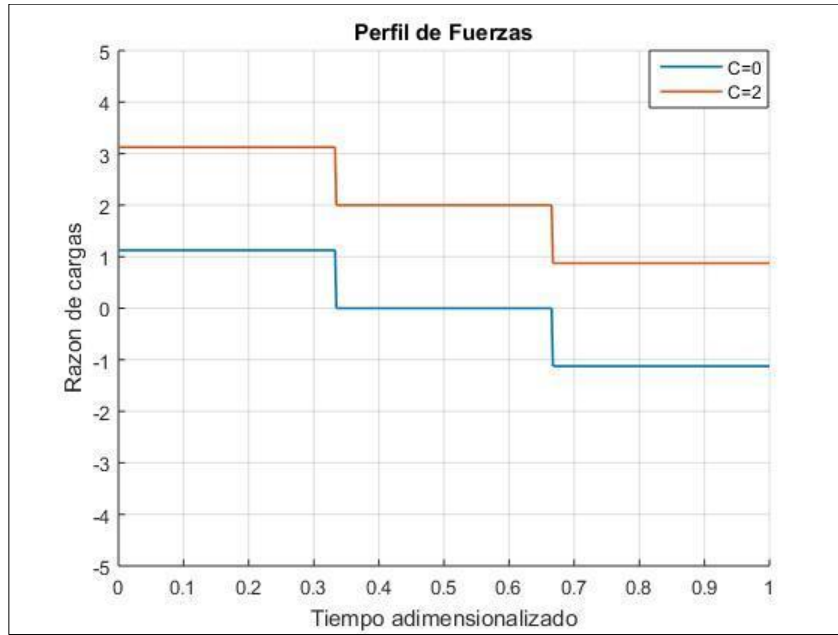


**Figura 37. Razón de potencias respecto al valor mínimo en perfil curva-s**

### 3.5 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE CONSUMO ENERGETICO

El consumo energético está ligado a la potencia instantánea entregada por el motor a lo largo del tiempo, la cual a su vez está ligado a las funciones de velocidad y fuerza. Si bien el receptor requiere la aplicación de una fuerza neta, esta fuerza neta no necesariamente corresponde a la fuerza entregada por el accionamiento.

Para ejemplificar un poco mejor la metodología para minimizar consumo energético y establecer su alcance, considere dos perfiles de fuerza, uno donde las cargas no inerciales e inerciales son similares ( $C=2$ ) y uno donde las cargas no inerciales son completamente despreciables ( $C=0$ ), ambas para un perfil de velocidad con saturación de  $\frac{1}{3}$ , tal y como se muestra en la **Figura 38**.



**Figura 38. Perfil de fuerzas  $C=0$  y  $C=2$  para saturación  $1/3$ .**

Si se aplica el teorema del trabajo-energía cinética en cualquiera de los dos perfiles, el resultado se muestra en la ecuación 87:

$$W_n = \Delta E_k = 0 \rightarrow W_m - W_{Ni} = 0 \rightarrow W_m = W_{Ni}$$

87

De acuerdo con la expresión 87, el trabajo del motor será igual al trabajo requerido para vencer las fuerzas no inerciales. Sin embargo, a nivel de control, muchas veces las fuerzas no inerciales son insuficientes para producir la desaceleración requerida por el sistema. Esto hace que en muchos escenarios sea necesaria la inclusión de un sistema de frenado o de inversión de par que remueva la energía del sistema para garantizar un comportamiento cinemático adecuado.

Si bien la energía requerida por el receptor solo depende de las cargas no inerciales, en la práctica el accionamiento debe entregar energía adicional asociada con los transitorios. Esta discrepancia se debe a que, de manera teórica, la energía adicional que requiere el sistema durante la aceleración es recuperada durante la desaceleración producto de los valores negativos de la aceleración, sin embargo, en el accionamiento, esta desaceleración se asocia con un aumento en el par del motor asociado al frenado o a una inversión de par. Cualquiera de estas dos alternativas aportar el par requerido para producir la desaceleración.

Existen sistemas de frenado sofisticados tales como el sistema de frenado regenerativo [52], [53] y el sistema de frenado reostático en los cuales la potencia eléctrica se disipa o se almacena durante el frenado. Este tipo de estrategias de control requieren un tratamiento especial, el cual no será abarcado en este trabajo. La estrategia de optimización de consumo energético que se abordará se limita a un escenario en el cual el frenado se produce mediante principios de disipación mecánica (frenos hidráulicos, mecánicos o neumáticos). En ese orden de ideas, la fuerza total del motor en las etapas de aceleración, movimiento a velocidad constante y frenado está dada por la ecuación 88:

$$\begin{aligned} F_m &= F_{Ni} + F_{ia} \quad (\text{Durante aceleración}), \\ F_m &= F_{Ni} \quad (\text{Durante movimiento a velocidad constante}), \\ F_m &= F_{Ni} + F_{id} \quad (\text{Durante el frenado}) \end{aligned}$$

88

Donde  $F_m$  es la fuerza total del motor  $F_{ia}$  es la fuerza inercial durante la aceleración y  $F_{id}$  es la fuerza inercial durante la desaceleración asociada con el frenado. Por consiguiente, el consumo energético se calcula mediante la ecuación 89.

$$E = \int_0^T (F_{Ni} + |F_i(t)|) V(t) dt$$

89

El consumo energético obtenido en cada perfil mediante la ecuación 89 se muestra en la **Tabla 8**. Como se mostrará en las siguientes secciones, todos los perfiles muestran una tendencia decreciente en materia de consumo energético cuando se incrementa la saturación. Adicional a esto, todos los perfiles, con excepción del perfil parabólico, muestran comportamientos casi idénticos cuando se les compara de manera gráfica.

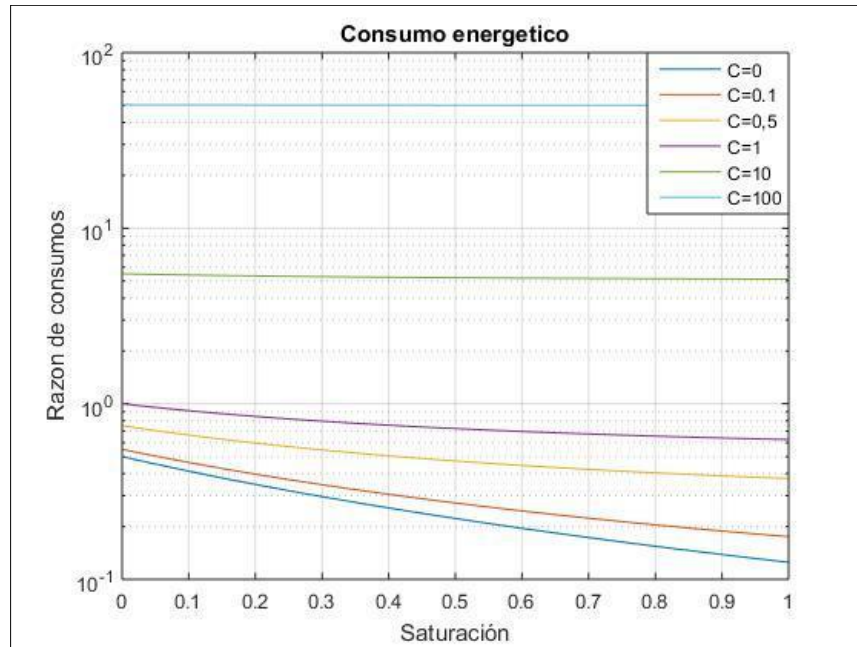
**Tabla 8. Consumos energéticos por perfil**

Rampa	Consumo energético
Lineal	$P_{i\Delta}T \left( \frac{(-C\zeta^2 + C + 1)}{(2 * (\zeta + 1)^2)} + \frac{(C\zeta)}{\zeta + 1} \right)$
Exponencial	$P_{i\Delta}T \left( \frac{\left( 2 - e^{\frac{2(10-5(\zeta+1))}{(\zeta-1)}} \right)}{4(\zeta + 1)^2} - \frac{4C}{10} + \frac{2C(5\zeta + 4) - C(\zeta - 1)}{10(\zeta + 1)} \right)$
Parabólica	$P_{i\Delta}T \left( \frac{-8C\zeta^2 - 8C\zeta + 16C + 9}{8(\zeta + 2)^2} + \frac{3C\zeta}{2(\zeta + 2)} \right)$
Senoidal	$P_{i\Delta}T \left( \frac{-C\zeta^2 + C + 1}{2(\zeta + 1)^2} + \frac{C\zeta}{\zeta + 1} \right)$
Curva S	$P_{i\Delta}T \left( \frac{-C\zeta^2 + C + 1}{2(\zeta + 1)^2} + \frac{C\zeta}{\zeta + 1} \right)$

### 3.5.1 Análisis para perfiles con rampas lineales

La **Figura 39** muestra la influencia de la saturación en el consumo energético durante un ciclo desarrollado con un perfil lineal (reflejado mediante el cociente entre el consumo energético y el consumo energético en un perfil triangular), para distintos valores del parámetro C. Se puede apreciar que cuando los valores de C son bajos, la energía consumida puede llegar hacer incluso la cuarta parte del valor máximo, si se sabe escoger la saturación de manera adecuada. Se pueden realizar dos observaciones importantes:

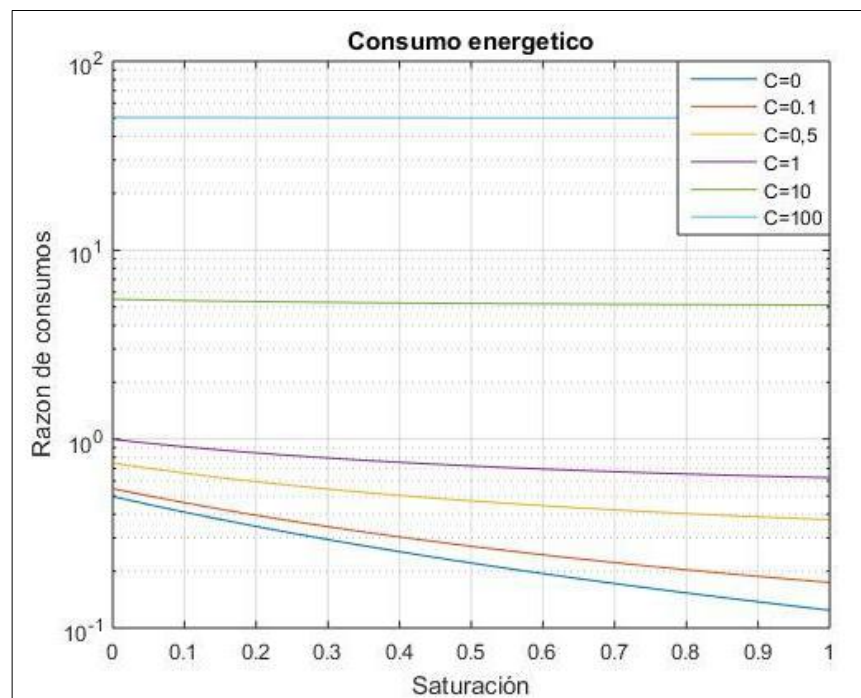
- El efecto de la saturación es más notorio cuando las cargas no inerciales son despreciables. A medida que las cargas no inerciales incrementan, la saturación empieza a perder relevancia en el consumo energético, llegando incluso a ser despreciable para dicho calculo. Esto se debe al poco impacto que tiene la aceleración en la fuerza neta cuando incrementa el parámetro C.
- El consumo energético disminuye a medida que aumenta la saturación. Esto se debe a que disminuye el tiempo de los periodos transitorios.



**Figura 39. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil lineal**

### 3.5.2 Análisis para perfiles con rampas exponenciales

La **Figura 40** muestra la influencia de la saturación en el consumo energético durante un ciclo desarrollado con un perfil exponencial (reflejado mediante el cociente entre el consumo energético y el consumo energético en un perfil triangular), para distintos valores del parámetro  $C$ .

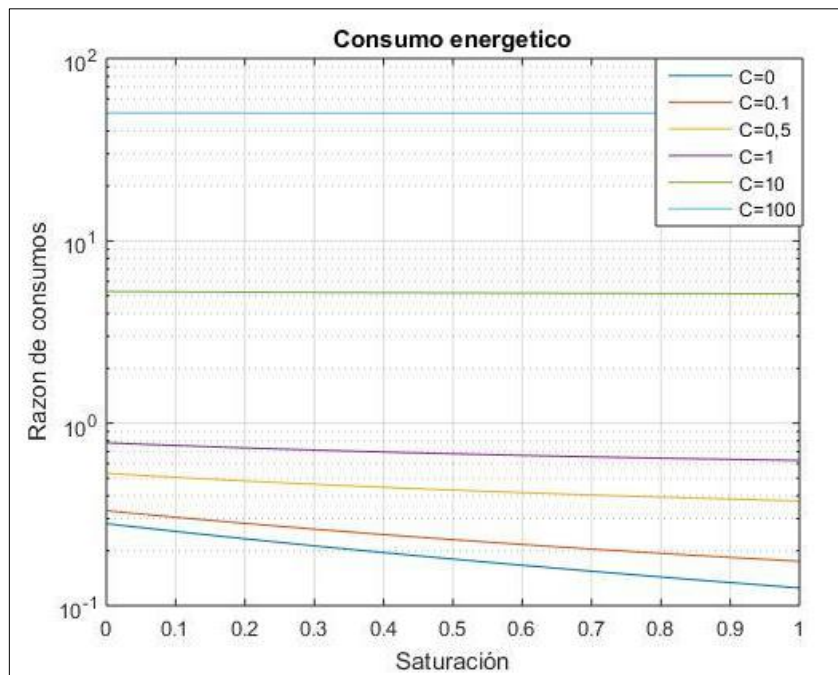


**Figura 40. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil exponencial**

El comportamiento de este perfil es casi idéntico al comportamiento exhibido cuando el movimiento se lleva a cabo con un perfil lineal.

### 3.5.3 Análisis para perfiles con rampas parabólicas

La **Figura 41** muestra la influencia de la saturación en el consumo energético durante un ciclo desarrollado con un perfil parabólico (reflejado mediante el cociente entre el consumo energético y el consumo energético en un perfil triangular), para distintos valores del parámetro  $C$ . Si bien su valor mínimo es similar al del perfil lineal, (es decir, cuando la saturación es 1) en términos generales su consumo energético es inferior al de los otros perfiles de velocidad. Esto último, se debe a los valores menores de velocidad asociados al perfil parabólico.



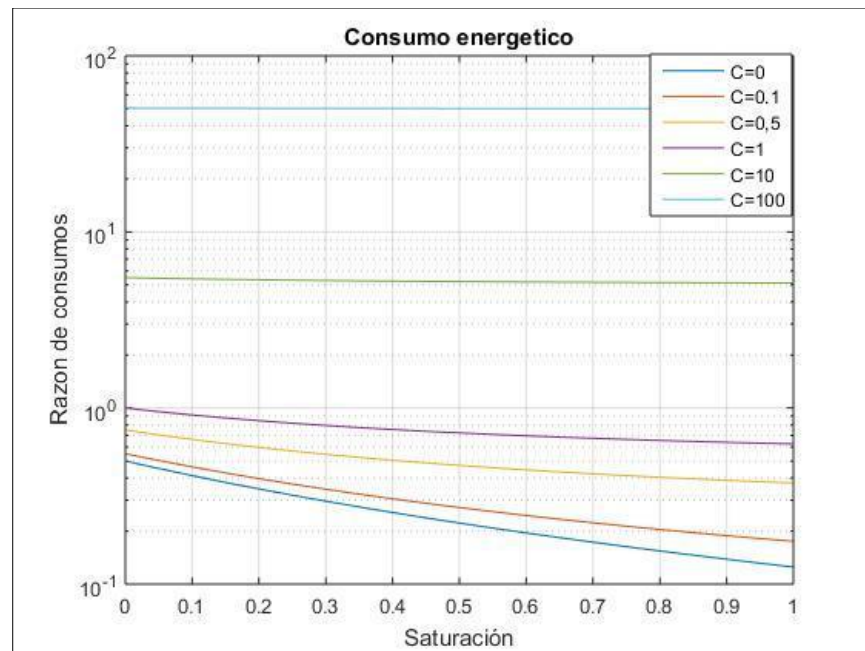
**Figura 41. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil parabólico**

### 3.5.4 Análisis para perfiles con rampas senoidales

La **Figura 42** muestra la influencia de la saturación en el consumo energético durante un ciclo desarrollado con un perfil senoidal (reflejado mediante el cociente entre el consumo energético y el consumo energético en un perfil triangular), para distintos valores del parámetro  $C$ . El



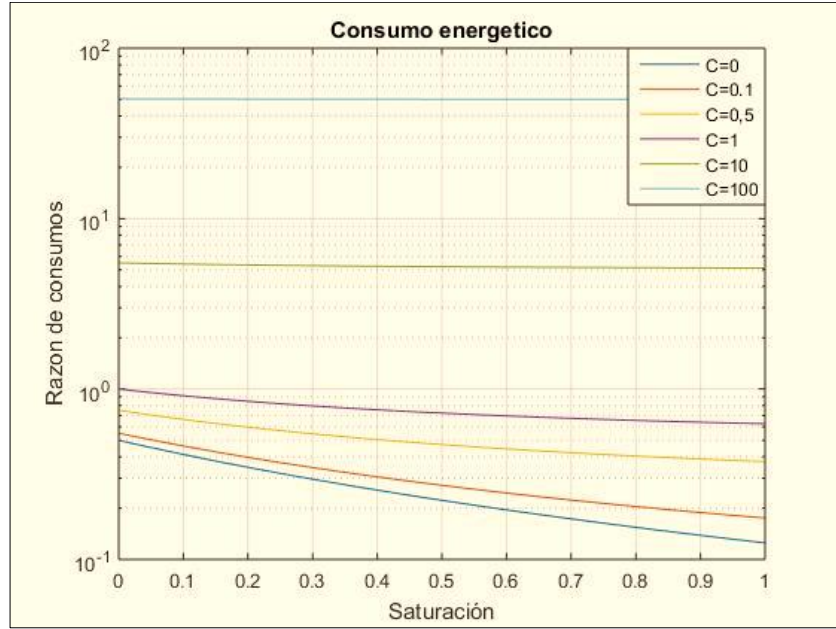
comportamiento de este perfil es casi idéntico al comportamiento exhibido cuando el movimiento se lleva a cabo con un perfil lineal.



**Figura 42. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil senoidal**

### 3.5.5 Análisis para perfiles con rampas curva-s

La **Figura 43** muestra la influencia de la saturación en el consumo energético durante un ciclo desarrollado con un perfil curva-s (reflejado mediante el cociente entre el consumo energético y el consumo energético en un perfil triangular), para distintos valores del parámetro  $C$ . El comportamiento de este perfil es casi idéntico al comportamiento exhibido cuando el movimiento se lleva a cabo con un perfil lineal.



**Figura 43. Influencia de la saturación en la razón de consumos energéticos en perfil curva-s**

### 3.6 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE POTENCIA TRANSITORIA

Para poder analizar la potencia transitoria, hay que tomar como base las ecuaciones de aceleración máxima deducidas en el ítem “3.2 MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE VELOCIDADES Y ACELERACIONES”. La potencia transitoria, de acuerdo con la ecuación 19, depende de la inercia del receptor y de la aceleración angular del sistema. Teniendo en cuenta lo anterior, la potencia transitoria para los perfiles de rampa lineal, exponencial, parabólico, senoidal y curva-s, respectivamente corresponden a las ecuaciones 90-94

$$\dot{P}_{l_{max}} = J_l \left( \frac{\alpha_{l\Delta}}{(1 - \zeta^2)} \right)^2$$

90

$$\dot{P}_{l_{max}} = J_l \left( \frac{5\alpha_{l\Delta}}{(1 - \zeta^2)} \right)^2$$

91

$$\dot{P}_{l_{max}} = J_l \left( \frac{3\alpha_{l\Delta}}{(1 - \zeta)(2 + \zeta)} \right)^2$$

92

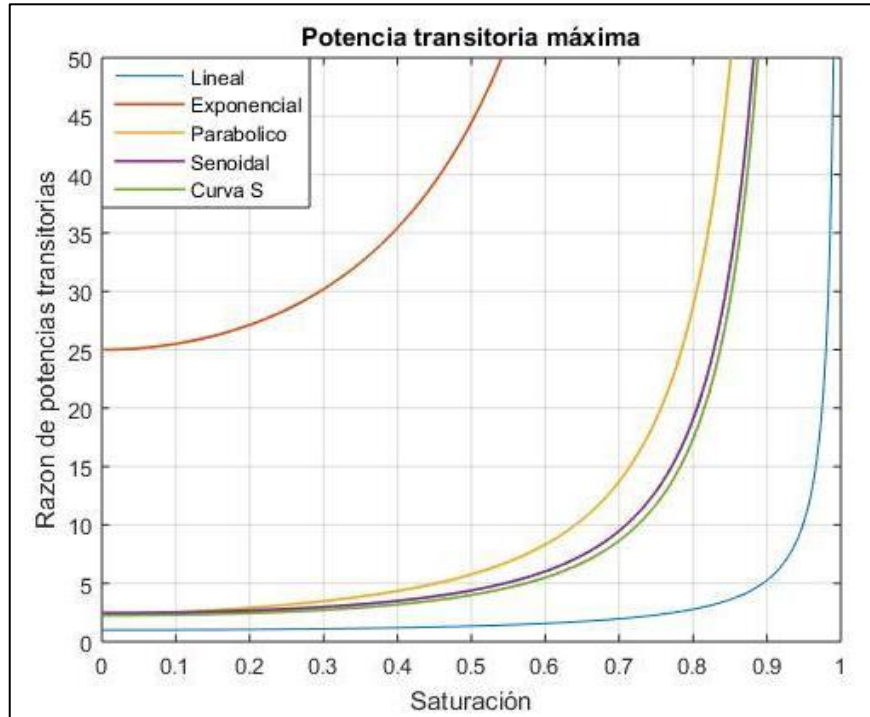
$$\dot{P}_{l_{max}} = J_l \left( \frac{\pi \alpha_{l\Delta}}{2(1 - \zeta^2)} \right)^2$$

93

$$\dot{P}_{l_{max}} = J_l \left( \frac{3 \alpha_{l\Delta}}{2(1 - \zeta^2)} \right)^2$$

94

Al evaluar las ecuaciones 90-94, correspondientes a la potencia transitoria máxima para los diversos perfiles de velocidad, se puede obtener la proporción entre la potencia transitoria máxima y la potencia transitoria máxima en un perfil triangular, tal como se muestra en la se obtuvo la **Figura 44**, donde se puede observar el comportamiento de la potencia transitoria máxima en función de la saturación.



**Figura 44. Potencia transitoria en función de la saturación**

Se puede observar que las potencias transitorias mínimas se obtienen en perfiles con rampas lineales, mientras que las potencias transitorias máximas se obtienen en perfiles con rampas exponenciales, obteniendo como mínimo requerimientos de potencia transitoria máxima 25 veces más grande con respecto a un perfil lineal, mientras que los perfiles de curva suave (parabólico, senoidal y curva s) requieren almenos el doble de potencia transitoria en comparación con sus

homólogos lineales. Lo anterior permite demostrar, que los perfiles de rampa lineal proporcionan requerimientos más favorables en términos de potencia transitoria.

## **4 METODOLOGIA DE OPTIMIZACIÓN PROPUESTA**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

Dentro del proceso de síntesis de un sistema de accionamiento, es importante fijar ciertos parámetros, tales como distribución de tiempo, selección de perfiles y saturaciones de perfiles de velocidad. En el capítulo 3 se demostró que estos parámetros tienen un efecto importante en el desempeño final del manipulador en los aspectos técnicos y económicos que se desee optimizar.

El objetivo de la metodología desarrollada es establecer estrategias primero que le sirvan al ingeniero como herramientas metodológicas para tomar decisiones durante las fases de diseño de especificaciones, diseño conceptual, diseño básico y diseño de detalle en cuanto a la fijación de parámetros del sistema con el propósito de cumplir las tareas deseadas con el desempeño óptimo de las variables (potencia nominal, consumo energético, requerimientos de tiempo) que este desee. Este capítulo tiene como propósito plantear una metodología de diseño para la selección de accionamientos para manipuladores cartesianos para minimizar los requerimientos técnicos del sistema.

### **4.2 METODOLOGIA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS DE OPERACIÓN**

La distribución de tiempos es una de las decisiones con mayor impacto en el desempeño de sistemas de accionamiento para manipuladores, ya que influye en la cinemática y la cinética de estos. Para los 3 escenarios de optimización que propone esta tesis (minimización de potencia, minimización de consumo energético y minimización de tiempos), se proponen una serie de ecuaciones destinadas a la distribución optimiza de tiempos. La metodología para distribuir los tiempos es la siguiente:

- a. Se calcula el tiempo neto requerido para llevar a cabo toda la manipulación de la carga, a partir de la productividad requerida  $Pd$ . Se sugiere utilizar un factor de seguridad  $Fs$  de 1.2, [22] de tal manera que se cumpla la inecuación 95. Se tomará para propósitos de diseño el valor del tiempo mínimo multiplicado por dicho factor de seguridad.

$$T_c \leq \frac{T_n}{F_s} \rightarrow T_c \leq \frac{1}{F_s} \left( \frac{1}{P_d} \right)$$

95

- b. Se calcula el tiempo total requerido por aquellas operaciones en las cuales el tiempo no puede ser modificado. En el caso de aquellas operaciones en las cuales la potencia sea despreciable con respecto a los requerimientos de ese mismo eje en otras operaciones, (Por ejemplo, un retorno con el manipulador vacío en el cual la carga disminuya de manera considerable) deben ser efectuadas en el menor tiempo posible que permitan las restricciones cinemáticas.
- c. Al tiempo neto requerido se le debe sustraer la suma de los tiempos muertos <sup>7</sup>, para calcular el tiempo total de movimiento.
- d. Se calcularán las distribuciones de los tiempos con base en las ecuaciones 99, 103, 105, 107 y 108 de acuerdo con la estrategia de optimización seleccionada. Vale la pena recalcar que la suma de los tiempos de cada operación, no necesariamente equivalen al tiempo total. Lo anterior debido a que dos operaciones pueden realizarse de manera simultánea. El tiempo total será igual a la suma de los tiempos de cada operación, menos la suma de los tiempos compartidos por dos o más operaciones superpuestas, tal como lo muestra la ecuación 96.

$$T_c = \sum T_j - \sum T_{sup}$$

96

- e. La distribución de tiempos seleccionada debe permitir seleccionar un rango de saturaciones lo más amplio posible sin sobrepasar los límites cinemáticos. Para aquellos ciclos en los cuales, una vez distribuidos los tiempos, se incumplan dichas restricciones, se asignará el valor de tiempo mínimo para que se pueda operar en este rango de saturaciones sin incumplir las restricciones cinemáticas. Una vez hecho esto, se repite el paso c, restando al tiempo de movimiento aquellos tiempos que ya hayan sido asignados, hasta haber obtenido los resultados esperados.

---

<sup>7</sup> Aquellos movimientos en los cuales la potencia requerida sea despreciable o en los cuales, por condiciones de diseño, el tiempo ya está definido previamente, serán manejados como tiempos muertos en esta etapa.

- f. **Consideración adicional cuando hay superposición de operaciones:** Cuando el intervalo de tiempo de una operación está contenido dentro del intervalo de tiempo de otra operación, no se utilizan las ecuaciones 99, 103, 105, 107 y 108. A esta operación se le debe asignar por defecto, la duración más grande posible.

#### 4.2.1 Escenario 1: Minimización de potencia nominal

Suponga que se tienen 3 operaciones con accionamientos, masas, desplazamientos y tiempos diferentes llevadas a cabo con un perfil triangular (una correspondiente a cada eje X, Y o Z). Se tomará este perfil por defecto para no considerar los efectos de la saturación, o perfiles con rampas especiales. El tiempo total esta dado por la expresión 97:

$$T_1 + T_2 + T_3 = T$$

97

El indicador que se utilizará para minimizar la potencia nominal será la suma de las potencias máximas requeridas por el receptor en estos dos ciclos. Utilizando la ecuación 82 en el tiempo  $T = T_a$  donde se obtiene la potencia máxima, y las ecuaciones de la **Tabla 2** se obtiene la ecuación:

$$\sum P = \left(\frac{2\delta_1}{T_1}\right)\left(F_{Ni_1} + \frac{4m_1\delta_1}{T_1^2}\right) + \left(\frac{2\delta_2}{T_2}\right)\left(F_{Ni_2} + \frac{4m_2\delta_2}{T_2^2}\right) + \left(\frac{2\delta_3}{T_3}\right)\left(F_{Ni_3} + \frac{4m_3\delta_3}{T_3^2}\right)$$

98

Aplicando la técnica de multiplicadores de Lagrange, tomando la ecuación 98 como función objetivo y la ecuación 97 como función restricción, se obtiene la ecuación 99, que permite distribuir los tiempos entre dos movimientos con accionamientos diferentes para minimizar los requerimientos de potencia.

$$\left[ \left(\frac{-2\delta_1}{T_1}\right)\left(\frac{12\delta_1 m_1}{T_1^2}\right) = \lambda \left(\frac{-2\delta_2}{T_2}\right)\left(\frac{12\delta_2 m_2}{T_2^2}\right) = \lambda \left(\frac{-2\delta_3}{T_3}\right)\left(\frac{12\delta_3 m_3}{T_3^2}\right) = \lambda \right] \rightarrow \frac{F_{Ni_1} + \frac{12 * \delta_1 m_1}{T_1^2}}{F_{Ni_2} + \frac{12 * \delta_2 m_2}{T_2^2}} = \frac{T_1^2}{T_2^2} ; \frac{F_{Ni_3} + \frac{12 * \delta_3 m_3}{T_3^2}}{F_{Ni_2} + \frac{12 * \delta_2 m_2}{T_2^2}} = \frac{T_3^2}{T_2^2}$$

99

Para el caso particular en el cual las fuerzas inerciales sean despreciables, la ecuación 99 se puede simplificar como lo muestra la expresión 100. De manera similar, cuando las fuerzas no inerciales son despreciables, esta ecuación se puede simplificar como lo muestra la ecuación 101.

$$\frac{F_{Ni_1}}{F_{Ni_2}} = \frac{T_1^2}{T_2^2} ; \quad \frac{F_{Ni_3}}{F_{Ni_2}} = \frac{T_3^2}{T_2^2}$$

100

$$\frac{\delta_1 m_1}{\delta_2 m_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4} ; \quad \frac{\delta_3 m_3}{\delta_2 m_2} = \frac{T_3^4}{T_2^4}$$

101

La ecuación 99 no permite despejar el tiempo de manera explícita, salvo casos puntuales en los cuales no haya fuerzas no inerciales, o en el caso de que no haya fuerzas inerciales, por lo cual una solución exacta requiere el uso de *SOLVER* o iteraciones. En caso de requerir algún valor semilla para iterar, se sugiere utilizar como valor semilla la ecuación 102 donde el tiempo utilizado para cada ciclo será el desplazamiento de ese ciclo dividido entre la suma de los desplazamientos, multiplicado por el tiempo neto de movimiento. Vale la pena que estas ecuaciones de optimización son exactas siempre y cuando no haya superposición entre movimientos, condición común en manipuladores, debido a la elección de la función restricción 97 por lo cual puede haber discrepancias con respecto al valor ideal de distribución de tiempos.

$$T_1 = \left( \frac{\delta_1}{\sum \delta} \right) \sum T$$

102.

Para dividir el tiempo entre dos movimientos realizados con el mismo accionamiento y no se puede afirmar que uno sea más crítico que el otro, bastara con igualar las potencias nominales en un perfil triangular, de acuerdo con la ecuación 103.

$$\left( F_{Ni_1} + \frac{4\delta_1 m_1}{T_1^2} \right) \frac{2\delta_1}{T_1} = \left( F_{Ni_2} + \frac{4\delta_2 m_2}{T_2^2} \right) \frac{2\delta_2}{T_2} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{\delta_1}{\delta_2} \right) \left( \frac{F_{Ni_1} + \frac{4\delta_1 m_1}{T_1^2}}{F_{Ni_2} + \frac{4\delta_2 m_2}{T_2^2}} \right)$$

103

#### 4.2.2 Escenario 2: Minimización de consumo energético

Para minimizar el consumo energético, la clave es disminuir el trabajo mecánico llevado a cabo por los accionamientos. En ese contexto, supóngase que se tienen 3 operaciones con, masas, desplazamientos y tiempos diferentes llevadas a cabo con un perfil triangular, (no necesariamente con accionamientos diferentes). Se tomará este perfil por defecto para no considerar los efectos de la saturación, o perfiles con rampas especiales. El tiempo total esta dado por la expresión 97.

El indicador que es utilizado para minimizar el consumo total será la suma de los consumos energéticos de estos dos ciclos, tal como se muestra en la ecuación 104. Partiendo de las ecuaciones de la **Tabla 8**, se obtiene la ecuación 104.

$$\sum E = \left( F_{Ni_1} + \frac{4m_1\delta_1}{T_1^2} \right) + \left( F_{Ni_2} + \frac{4m_2\delta_2}{T_2^2} \right) + \left( F_{Ni_3} + \frac{4m_3\delta_3}{T_3^2} \right)$$

104

Aplicando multiplicadores de Lagrange sobre la ecuación 104 y 97 e igualándola a cero, se obtiene la ecuación 105, que permite distribuir los tiempos entre dos movimientos con accionamientos diferentes para minimizar el consumo energético. Vale la pena que estas ecuaciones de optimización son exactas siempre y cuando no haya superposición entre movimientos, condición común en manipuladores, debido a la elección de la función restricción 97 por lo cual puede haber discrepancias con respecto al valor ideal de distribución de tiempos.

$$\left[ \left( -\frac{8\delta_1 m_1}{T_1^3} \right) = \lambda \left( -\frac{8\delta_2 m_2}{T_2^3} \right) = \lambda \left( -\frac{8\delta_3 m_3}{T_3^3} \right) = \lambda \right] \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{m_1 \delta_1}{m_2 \delta_2} \right)^{\frac{1}{3}} ; \frac{T_3}{T_2} = \left( \frac{m_3 \delta_3}{m_2 \delta_2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

105.

#### 4.2.3 Escenario 3: Minimización de tiempo

Para minimizar los tiempos del sistema, la clave es disminuir los requerimientos de potencia transitoria del receptor, ya que de esta manera será más fácil para el sistema de accionamiento transmitir la potencia a la tasa requerida. En ese contexto, supóngase que se tienen 3 operaciones con accionamientos, masas, desplazamientos y tiempos diferentes llevadas a cabo con un perfil triangular. Se tomará este perfil por defecto para no considerar los efectos de la saturación, o perfiles con rampas especiales. El tiempo total esta dado por la expresión 97.



El indicador que es utilizado para minimizar el tiempo será la suma de las potencias transitorias de estos dos ciclos, tal como se muestra en la ecuación 106. Este indicador ya había sido propuesto por el autor Ricardo Barros [22].

$$\sum \dot{P}_l = J_{l_1} \alpha_1^2 + J_{l_2} \alpha_2^2 + J_{l_3} \alpha_3^2 = J_{l_1} \left( \frac{4\theta_1}{T_1^2} \right)^2 + J_{l_2} \left( \frac{4\theta_2}{T_2^2} \right)^2 + J_{l_2} \left( \frac{4\theta_3}{T_3^2} \right)^2$$

106

Aplicando multiplicadores de Lagrange sobre las ecuaciones 106 y 97, se obtiene la ecuación 107, que permite distribuir los tiempos entre dos movimientos con accionamientos diferentes para minimizar el tiempo. Si se desconocen los desplazamientos angulares o las inercias de los receptores, estos pueden ser sustituidos por las masas y los desplazamientos lineales, debido a la correlación que hay entre estos parámetros. Vale la pena que estas ecuaciones de optimización son exactas siempre y cuando no haya superposición entre movimientos, condición común en manipuladores, debido a la elección de la función restricción 97 por lo cual puede haber discrepancias con respecto al valor ideal de distribución de tiempos.

$$\left[ -\frac{64J_{l_1}\theta_1^2}{T_1^5} = \lambda - \frac{64J_{l_2}\theta_2^2}{T_2^5} = \lambda - \frac{64J_{l_3}\theta_3^2}{T_3^5} = \lambda \right] \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{J_{l_1}\theta_1^2}{J_{l_2}\theta_2^2} \right)^{\frac{1}{5}} ; \frac{T_3}{T_2} = \left( \frac{J_{l_3}\theta_3^2}{J_{l_2}\theta_2^2} \right)^{\frac{1}{5}}$$

107

Para dividir el tiempo entre dos movimientos realizados con el mismo accionamiento y no se puede afirmar que uno sea más crítico que el otro, bastara con igualar las potencias transitorias en un perfil triangular, de acuerdo con la ecuación 108. Si se desconocen los desplazamientos angulares o las inercias de los receptores, estos pueden ser sustituidos por las masas y los desplazamientos lineales, debido a la correlación que hay entre estos parámetros.

$$J_{l_1} \left( \frac{4\theta_1}{T_1^2} \right)^2 = J_{l_2} \left( \frac{4\theta_2}{T_2^2} \right)^2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{J_{l_1}\theta_1^2}{J_{l_2}\theta_2^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

108

#### 4.3 METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DEL PERFIL DE VELOCIDAD OPTIMO

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la sección 3 “**DESARROLLO DE MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE MANIPULADORES CARTESIANOS**” se proponen las siguientes reglas de dedo para la selección del tipo de perfil de velocidad adecuado.

- En ausencia de alguna restricción o requerimiento específico, se utilizarán los perfiles de rampa lineal. Lo anterior debido a que estos perfiles son los más sencillos de calcular, controlar, generan las menores aceleraciones y por consiguiente las menores cargas y requerimientos de potencia transitoria para el motor.
- En caso de que se requiera minimizar las vibraciones asociadas al *jerking*, se deben emplear perfiles de curva suave, como los perfiles senoidales o curva-s. Para aprovechar esta virtud en este tipo de perfiles, la saturación debe ser igual a cero, ya que de lo contrario se presentarán discontinuidades. En este escenario se sugiere utilizar perfiles senoidales o curva-s por encima de los perfiles parabólicos, puesto que los primeros minimizan el *jerking*.
- En caso de que se requiera minimizar la velocidad del receptor, es recomendable utilizar perfiles de velocidad con rampas parabólicas.
- En caso de que se desee minimizar la energía o la potencia nominal, se sugiere utilizar el perfil parabólico si y solo si se cumplen dos condiciones **a.** Las cargas no inerciales son menores o iguales a las cargas inerciales ( $C \leq 1$ ), **b.** Debido a restricciones en la aceleración, se requiera operar con saturaciones bajas si el perfil fuese de rampa lineal ( $\zeta \leq 0,75$ ). Adicional a lo anterior, la elección del perfil parabólico solo puede llevarse a cabo si este no incumple las restricciones cinemáticas impuestas por el diseñador.
- Se desaconseja el uso de perfiles con rampas exponenciales, puesto que los requerimientos de potencia mecánica, potencia transitoria y pares son más elevados para movimientos realizados con estos perfiles en comparación con sus homólogos. No ofrece ninguna prestación adicional desde los puntos de vista cinemático, energético, de vibraciones o de potencia transitoria que justifique su elección. Por esta razón, no se proporcionarán herramientas para seleccionar la saturación optima en la siguiente sección.

## 4.4 METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN

Una vez definido el tiempo de cada ciclo, el paso final para definir la estrategia de movimiento es seleccionar la saturación óptima para cada operación. Esta sección proporciona una serie de metodologías y/o herramientas para seleccionar esta saturación ideal desde el punto de vista matemático, antes de seleccionar la saturación optima con esta metodología, se debe calcular el rango de posibles valores que puede tomar este parámetro sin irrespeter las restricciones cinemáticas. Si esta saturación no puede ser seleccionada debido a restricciones cinemáticas o de otro tipo, se debe aproximar al valor posible más cercano.

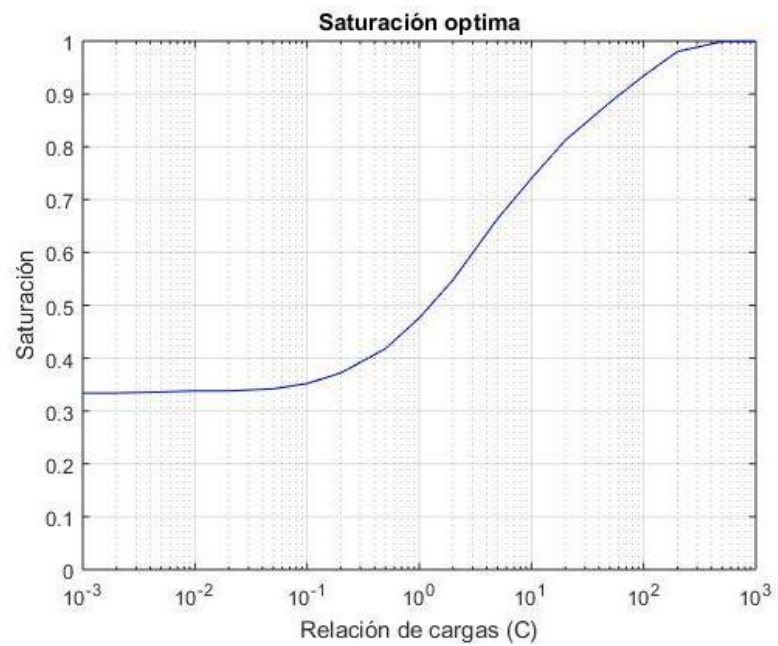
### 4.4.1 Escenario 1: Minimización de potencia nominal

Como se demostró en la sección “3.1 Desarrollo de modelos matemáticos para el análisis de manipuladores cartesianos”, la potencia requerida por el sistema depende de 3 parámetros: La relación de cargas no inerciales y cargas inerciales en perfil triangular ( $C$ ), la potencia inercial en un perfil triangular ( $P_{\Delta i}$ ) y la saturación del perfil de velocidad ( $\zeta$ ). Una vez definido el tiempo de movimiento, los parámetros  $C$  y  $P_{\Delta i}$  quedan definidos de manera automática, por lo cual el siguiente paso a seguir es preseleccionar la saturación óptima para el perfil de velocidad.

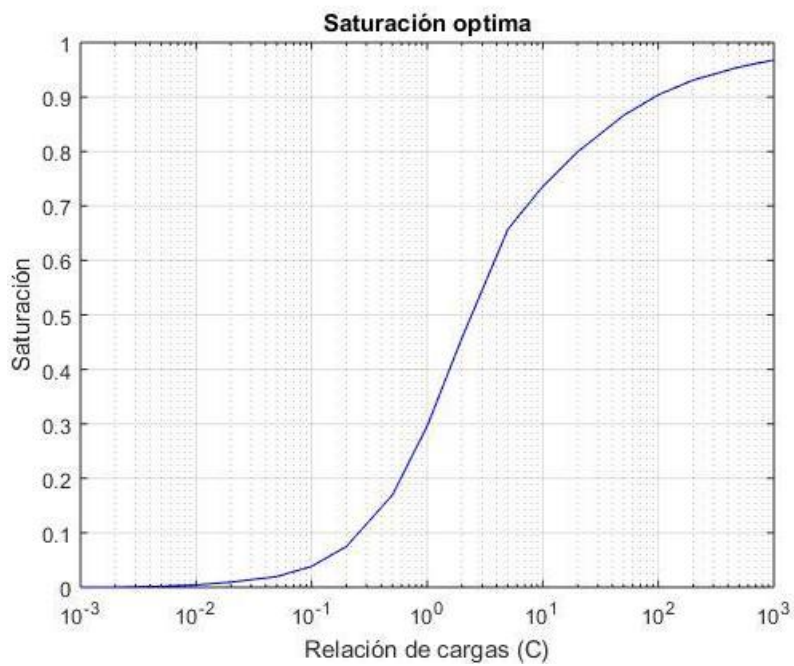
El comportamiento de la potencia máxima en función de la saturación no es monotónico. De acuerdo con las figuras 28 - 37, cuando la saturación aumenta a partir de cero, la potencia disminuye hasta llegar a un valor mínimo, y posteriormente aumenta de manera indefinida a medida que la saturación tiende a 1. Esto se debe a que cuando la saturación es baja, la aceleración es mínima, mientras que la velocidad es máxima, y al incrementar la saturación la velocidad empieza a decrecer, mientras que la aceleración aumenta. Para distintos valores del parámetro  $C$ , se calculó la saturación para la cual los requerimientos de potencia del sistema eran mínimos. Los resultados se muestran en las figuras 45 - 47.

Si bien estas figuras permiten hacer un cálculo más preciso de la saturación optima, lo cierto es que puede llevar a valores de saturación imprácticos o muy elevados. Por ejemplo, para un valor  $C$  de 1000, la saturación optima es aproximadamente 1. Es por ello por lo que las tablas 9 - 11 muestran el porcentaje de desviación respecto al valor mínimo de la potencia para distintos valores del parámetro  $C$  y de saturaciones. En cada una de las tablas, la zona amarilla representa zonas recomendadas en las cuales la desviación respecto al valor mínimo es inferior a 15%. Adicional a

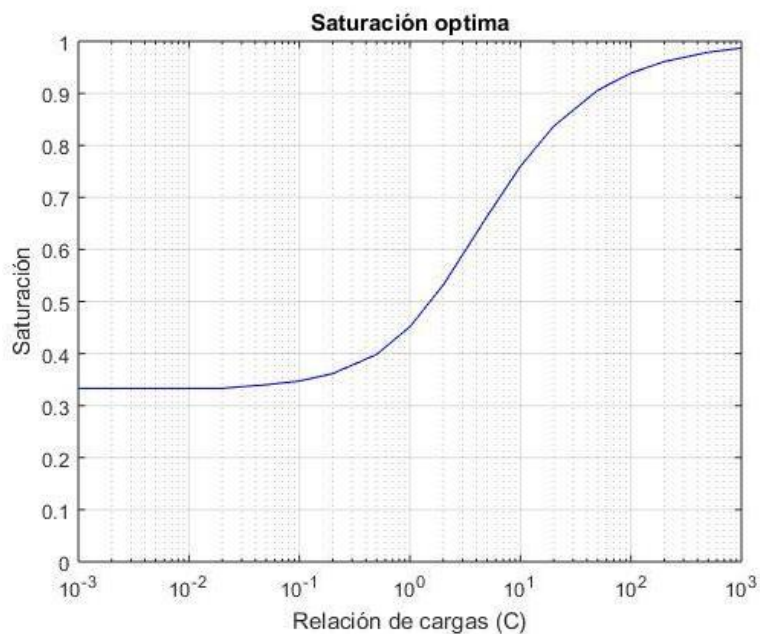
ello, para cada tipo de perfil se presentan las respectivas reglas de diseño para seleccionar una saturación óptima, sin incurrir en valores elevados de la misma.



**Figura 45. Saturaciones óptimas para perfiles lineales**



**Figura 46. Saturaciones óptimas para perfiles parabólicos**



**Figura 47. Saturaciones óptimas para perfiles senoidales y curva-s**

**Tabla 9. Zonas óptimas de operación para minimizar potencias en perfiles lineales**

$\xi$	(C=0)	C=0,5)	(C=1)	(C=2)	(C=10)	(C=100)
<b>0</b>	18,5%	24,3%	28,8%	35,2%	56,5%	82,0%
<b>0,1</b>	8,8%	13,7%	17,6%	23,3%	42,4%	65,5%
<b>0,2</b>	2,9%	6,4%	9,5%	14,2%	30,9%	51,7%
<b>0,3</b>	0,2%	1,9%	3,9%	7,4%	21,4%	40,1%
<b>0,333</b>	0,0%	1,0%	2,6%	5,6%	18,7%	36,7%
<b>0,4</b>	0,8%	0,0%	0,7%	2,7%	13,7%	30,2%
<b>0,5</b>	5,3%	1,2%	0,2%	0,1%	7,5%	21,7%
<b>0,6</b>	15,7%	6,8%	3,1%	0,3%	2,8%	14,4%
<b>0,7</b>	36,7%	19,9%	12,1%	5,0%	0,1%	17,1%
<b>0,8</b>	82,8%	50,8%	35,1%	19,6%	1,0%	10,6%
<b>0,9</b>	228,2%	151,3%	112,2%	72,3%	14,3%	4,7%
<b>0,95</b>	523,2%	356,9%	271,6%	183,2%	47,8%	1,9%

La **Tabla 9** permite establecer las siguientes reglas de dedo:

- Cuando la razón de cargas (C) es menor que 2, el valor de la saturación ( $\xi$ ) debe

oscilar entre 0,2 y 0,5, siendo 1/3 el valor ideal cuando las cargas no inerciales son despreciables.

- Cuando la razón de cargas (C) se encuentra entre 1 y 10, la saturación debe oscilar entre 0,4 y 0,7.
- Cuando la razón de cargas inerciales (C) excede el valor de 10, se sugiere una saturación entre 0,7 y 0,9.

**Tabla 10. Zonas optimas de operación para minimizar potencias en perfiles parabólicos**

$\xi$	(C=0)	C=0,5)	(C=1)	(C=2)	(C=10)	(C=100)
0	0,0%	1,9%	5,3%	12,0%	32,6%	46,1%
0,1	0,8%	0,3%	2,4%	7,8%	26,4%	39,1%
0,2	3,3%	0,1%	0,6%	4,4%	20,7%	32,8%
0,3	8,0%	1,3%	0,0%	1,8%	15,6%	27,0%
0,333	10,2%	2,1%	0,1%	1,2%	14,1%	25,2%
0,4	15,7%	4,5%	0,9%	0,3%	11,0%	21,8%
0,5	28,0%	10,7%	3,9%	0,2%	7,0%	16,9%
0,6	47,9%	21,8%	10,6%	2,4%	3,5%	12,4%
0,7	82,9%	42,3%	24,1%	9,0%	0,8%	8,2%
0,8	155,1%	86,3%	54,5%	26,3%	0,2%	4,4%
0,9	375,6%	223,2%	152,0%	86,5%	8,7%	1,0%
0,95	819,3%	500,4%	351,6%	213,2%	36,6%	0,0%

La **Tabla 10** permite establecer las siguientes reglas de dedo:

- Cuando la razón de cargas (C) es menor que 1, el valor de la saturación ( $\xi$ ) debe oscilar entre 0 y 1/3, siendo 0 el valor ideal cuando las cargas no inerciales son despreciables.
- Cuando la razón de cargas (C) se encuentra entre 1 y 2, la saturación debe oscilar entre 0 y 0,6.
- Cuando la razón de cargas (C) se encuentra entre 2 y 10, la saturación debe oscilar entre 1/3 y 0,7.

- Cuando la razón de cargas inerciales (C) excede el valor de 10, se sugiere una saturación entre 0,6 y 0,9.

**Tabla 11. Zonas óptimas de operación para minimizar potencias en perfiles senoidales y curva-s**

$\xi$	(C=0)	C=0,5)	(C=1)	(C=2)	(C=10)	(C=100)
0	18,5%	23,1%	27,3%	34,5%	62,7%	90,9%
0,1	8,8%	12,7%	16,4%	22,7%	48,0%	73,5%
0,2	2,9%	5,7%	8,5%	13,7%	35,9%	59,1%
0,3	0,2%	1,4%	3,2%	7,0%	25,7%	46,8%
0,333	0,0%	0,6%	2,0%	5,2%	22,7%	43,2%
0,4	0,8%	0,0%	0,4%	2,4%	17,3%	36,4%
0,5	5,4%	1,8%	0,4%	0,2%	10,2%	27,3%
0,6	15,8%	8,2%	4,2%	0,9%	4,6%	19,3%
0,7	36,7%	22,7%	14,7%	6,5%	0,8%	12,4%
0,8	82,9%	56,3%	40,6%	23,4%	0,6%	6,2%
0,9	228,3%	164,9%	126,8%	83,7%	13,3%	1,1%
0,95	523,4%	386,8%	304,6%	210,7%	49,7%	0,2%

La **Tabla 11** permite establecer las siguientes reglas de dedo:

- Cuando la razón de cargas (C) es menor que 0,5, el valor de la saturación ( $\xi$ ) debe oscilar entre 0,1 y 0,5, siendo 1/3 el valor ideal cuando las cargas no inerciales son despreciables.
- Cuando la razón de cargas (C) se encuentra entre 0,5 y 2, la saturación debe oscilar entre 0,2 y 0,6.
- Cuando la razón de cargas (C) se encuentra entre 2 y 10, la saturación debe oscilar entre 0,6 y 0,7.
- Cuando la razón de cargas inerciales (C) excede el valor de 10, se sugiere una saturación entre 0,7 y 0,9.

Estas recomendaciones, producen los mismos resultados que las tablas **9 - 11** o las figuras **45 - 47** por lo cual se pueden utilizar las tres herramientas para minimizar la potencia. Si el diseñador lo desea, también puede utilizar las figuras **28 - 37** si se desea optar por un método gráfico inexacto

o las ecuaciones **82 - 86** si se desea optar por un método analítico exacto. Por defecto se debe utilizar el valor más bajo posible de la saturación, para disminuir las cargas inerciales.

#### 4.4.2 Escenario 2: Minimización de consumo energético

Los resultados obtenidos en la sección **3 “DESARROLLO DE MODELOS MATEMATICOS PARA EL ANALISIS DE MANIPULADORES CARTESIANOS”** muestran que los requerimientos energéticos del receptor son mínimos cuando la saturación es 1. Esto se debe a que desaparecen los transitorios en el ciclo, teniendo que transferir energía únicamente para contrarrestar las fuerzas no inerciales.

Esta condición no es viable desde el punto de vista técnico, puesto que una saturación de uno, o muy cercana a este valor incrementaría las fuerzas requeridas, por lo cual debe acotarse. Tomando las ecuaciones contenidas en la **Tabla 8** se plantearon las ecuaciones 109 y 110, las cuales representan la proporción entre la energía consumida para una saturación específica, y la energía consumida utilizando la saturación optima. La ecuación 109 es utilizada para todos los perfiles con rampas parabólicas, puesto que su consumo energético es casi idéntico, mientras que la ecuación 110 es utilizada para perfiles parabólicos.

$$Razon\ de\ consumos = \left[ \frac{\left( \frac{-C\zeta^2 + C + 1}{2 * (\zeta + 1)^2} + \frac{C\zeta}{\zeta + 1} \right)}{\frac{1}{8} + \frac{C}{2}} \right]$$

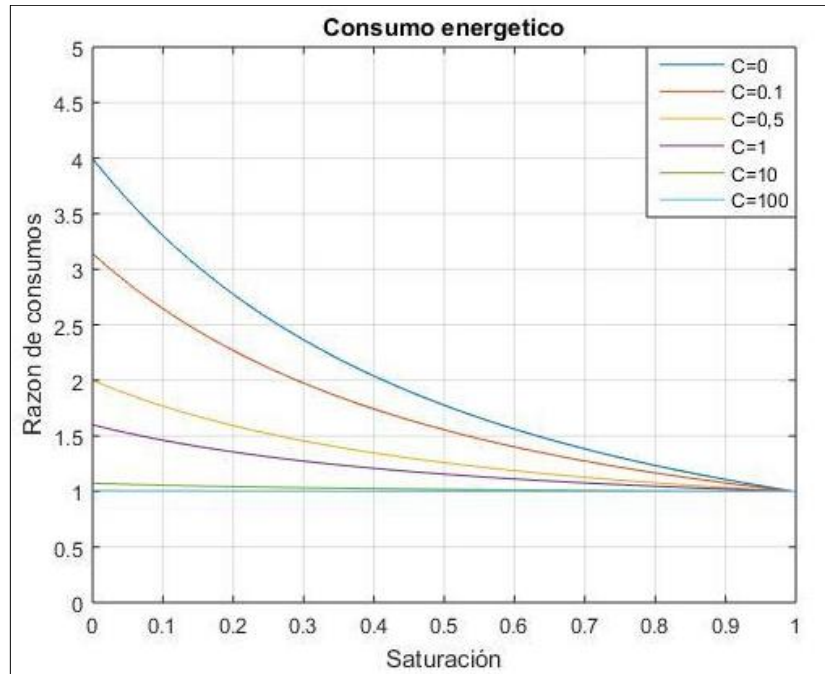
109

$$Razon\ de\ consumos = \left[ \frac{\left( \frac{-8C\zeta^2 - 8C\zeta + 16C + 9}{8(\zeta + 2)^2} + \frac{3C\zeta}{2(\zeta + 2)} \right)}{\left( \frac{16C + 9}{72} + \frac{3C}{6} \right)} \right]$$

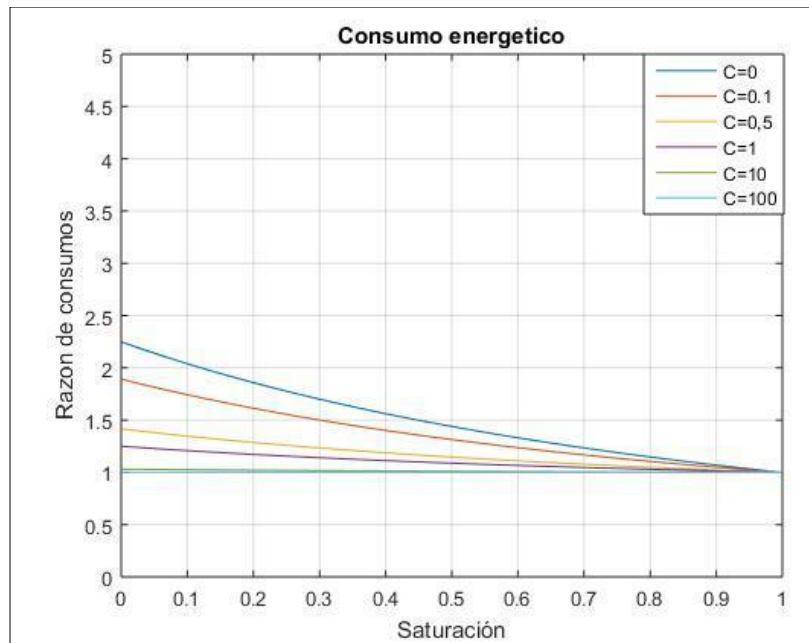
110

Estas ecuaciones fueron graficadas en las figuras **48 - 49** para brindar al diseñador una herramienta para seleccionar saturaciones que permitan una desviación máxima con respecto al valor ideal, sin utilizar valores de saturación muy elevados. Por ejemplo, si las cargas no inerciales son despreciables y la saturación es 0.8, el consumo energético será igual a aproximadamente el 125% veces el valor mínimo. Si el diseñador requiere un cálculo más exacto, puede recurrir a las ecuaciones 109-110.





**Figura 48. Razón de consumos respecto al valor mínimo en perfiles no parabólicos**



**Figura 49. Razón de consumos respecto al valor mínimo en perfiles parabólicos**

Como herramienta adicional, a continuación, se detallan una serie de reglas de dedo que garanticen al diseñador la elección de una saturación cuyo consumo generado no se desvía más del 15% del valor mínimo, sin necesidad de contar con una gráfica o ecuaciones complejas.

**a. Perfiles no parabólicos**

- Cuando las cargas no inerciales son despreciables ( $C < 0,1$ ), la saturación debe ser al menos 0,9.
- Cuando las cargas no inerciales son considerables, pero su valor sigue siendo inferior a las cargas inerciales ( $0,1 \leq C < 0,5$ ), la saturación debe ser al menos 0,65.
- Cuando las cargas no inerciales son considerables, pero su valor sigue siendo inferior a las cargas inerciales ( $0,5 \leq C < 1$ ), la saturación debe ser al menos 0,5.
- Cuando las cargas no inerciales son iguales o superiores a las inerciales ( $1 \leq C < 10$ ), las reglas de dedo que minimizan la potencia también minimizan la energía, por lo cual se sugiere minimizar la potencia nominal en lugar de la energía para optimizar ambos parámetros de manera simultánea.
- Cuando las cargas no inerciales son muy superiores a las cargas inerciales ( $C \geq 10$ ) la saturación deja de ser un parámetro relevante para el consumo energético. En este caso se sugiere fijar la saturación con el propósito de optimizar la potencia.

**b. Perfiles parabólicos**

- Cuando las cargas no inerciales son despreciables ( $C < 0,1$ ), la saturación debe ser al menos 0,8.
- Cuando las cargas no inerciales son considerables, pero su valor sigue siendo inferior a las cargas inerciales ( $0,1 \leq C < 0,5$ ), la saturación debe ser al menos 0,5
- Cuando las cargas no inerciales son iguales o superiores a las inerciales ( $0,5 \leq C < 2$ ), las reglas de dedo que minimizan la potencia también minimizan la energía, por lo cual se sugiere minimizar la potencia nominal en lugar de la energía para optimizar ambos parámetros de manera simultánea.
- Cuando las cargas no inerciales son muy superiores a las cargas inerciales ( $C \geq 2$ ) la saturación deja de ser un parámetro relevante para el consumo energético. En este caso se sugiere fijar la saturación con el propósito de optimizar la potencia.

Las reglas de dedo, las cartas de razón de consumo (figuras 48 - 49) y las ecuaciones 109-110 proporcionan resultados similares, y el diseñador es libre de escoger cualquiera de las tres herramientas para la selección de la saturación con un enfoque energético. Por defecto se debe utilizar el valor más bajo posible de la saturación, para disminuir las cargas inerciales.

#### **4.4.3 Escenario 3: Minimización de tiempo**

Como se comentó anteriormente, minimizar la potencia transitoria tiene una influencia directa sobre el tiempo requerido, puesto que de este parámetro depende que el accionamiento pueda entregar potencia al receptor a la misma tasa que este lo requiera. La potencia transitoria del receptor es proporcional a la aceleración de este (ecuación 19), por lo cual el valor de saturación para el cual se minimiza la potencia transitoria es 0.

Además de lo anterior, entre más baja la saturación, más tiempo se emplea en incrementar la velocidad de manera continua. En este orden de ideas, la recomendación cuando se desea minimizar el tiempo requerido es utilizar saturaciones tan bajas como sea posible, para así minimizar la potencia transitoria requerida por el receptor.

### **4.5 METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES**

En la sección 2.4 se abarco la estrategia de la relación de transmisión optima. Esta estrategia se basa en la selección de una relación de transmisión que minimice el tiempo requerido para llevar a cabo un desplazamiento para un motor específico. En la literatura, la mayoría de los autores que exploran este método lo hacen partiendo de la suposición de que no hay que vencer pares considerables en el receptor [22], [38], lo cual no necesariamente es cierto en aplicaciones reales. El único autor que ha considerado la inclusión de las cargas no inerciales es Domenech [19], sin embargo, se limita exclusivamente a perfiles triangulares.

Debido a lo anterior, en esta sección se mostrará un método de cálculo para hallar la relación de transmisión que minimice el tiempo, cuando los pares en el receptor no son despreciables para perfiles triangulares y perfiles trapezoidales. Este método solo tiene sentido cuando se utiliza un perfil con rampa lineal, por lo cual solo se desarrolla para perfiles triangulares y trapezoidales. Nuevamente se hace énfasis en que el tipo de estrategia a utilizar debe ser coherente con lo establecido en la expresión 10.

#### **4.5.1 Relación de transmisión optima en perfiles triangulares.**

Tal como se demostró en la ecuación 11, minimizar el tiempo en un perfil triangular es equivalente a maximizar la aceleración. Por ende, el primer paso para obtener dicha relación de transmisión optima será plantear una ecuación para la aceleración del receptor considerando las cargas no inerciales. De esta manera se obtiene la ecuación 111.

$$M_m - \frac{M_l}{\eta i} = (J_m + \frac{J_l}{\eta i^2})\alpha_m = (J_m i + \frac{J_l}{\eta i})\alpha_l \rightarrow \alpha_l = \frac{(M_m - \frac{M_l}{\eta i})}{(J_m i + \frac{J_l}{\eta i})}$$

111

Si se deriva la ecuación 111 y se iguala a cero, se obtiene la relación de transmisión optima considerando las cargas no inerciales (ecuación 112):

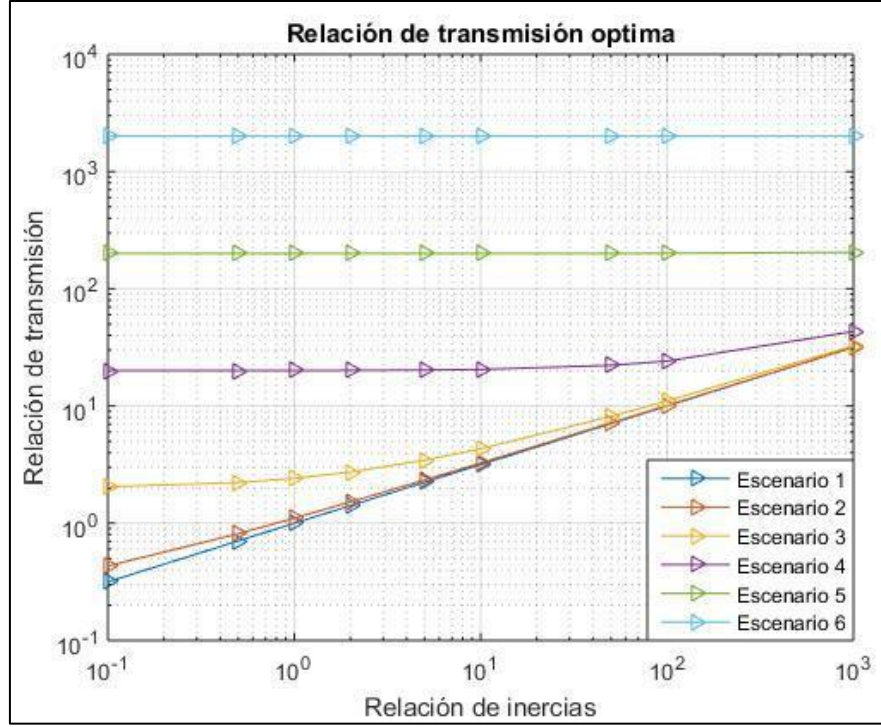
$$\frac{d\alpha_l}{di} = 0 \rightarrow i = \frac{M_l}{\eta M_m} + \sqrt{\left(\frac{M_l}{\eta M_m}\right)^2 + \frac{J_l}{\eta J_m}}$$

112

Si el par del receptor fuera despreciable, se obtiene la ecuación 12, que es el caso particular estudiado tradicionalmente. Nuevamente, en caso de que el par no sea constante, se puede emplear el par nominal como valor de referencia. Si se desea minimizar el tiempo, es preferible que cualquier desviación respecto al valor óptimo de la relación de transmisión, sea para incrementar la ventaja mecánica del sistema. Para mostrar el efecto de las cargas no inerciales en la relación de transmisión ideal, la **Figura 50** muestra la variación de esta relación de transmisión en los escenarios mostrados en la **Tabla 12**, en función de la relación de inercias  $\frac{J_l}{\eta J_m}$ .

**Tabla 12. Escenarios: Relación de transmisión ideal caso triangular**

Escenario	$\frac{M_l}{\eta M_m}$
1	0
2	0,1
3	1
4	10
5	100
6	1000



**Figura 50. Relación de transmisión ideal para perfiles triangulares considerando cargas no inerciales**

Como se puede observar, la relación de transmisión ideal cuando se consideran cargas no inerciales siempre es superior a la relación de transmisión ideal cuando no se consideran ese tipo de cargas. Además de lo anterior, se puede observar que cuando la relación de inercias incrementa, la relación de transmisión ideal tiende al valor arrojado por la ecuación 12.

#### 4.5.2 Relación de transmisión optima en perfiles trapezoidales.

En la sección 2.4 se demostró que minimizar el tiempo en un perfil trapezoidal no implica únicamente maximizar la aceleración. En ese orden de ideas, combinando las ecuaciones 15-111, se obtiene la ecuación 113.

$$T = \frac{\theta_l}{\omega_l} + \frac{\omega_l}{\alpha_l} = \frac{i \theta_l}{\omega_m} + \frac{\omega_m (J_m + \frac{J_l}{\eta i^2})}{M_m - \frac{M_l}{\eta i}}$$

De manera análoga al caso del perfil triangular, se deriva el tiempo y se iguala dicha derivada a cero, obteniendo así la relación de transmisión óptima, como se muestra en la ecuación 114.

$$\frac{dT}{di} = 0$$

$$\rightarrow 2i^4 - 4\left(\frac{M_l}{\eta M_m}\right)i^3 + \left(2\left(\frac{M_l}{\eta M_m}\right)^2 - \frac{\left(\frac{M_l}{\eta M_m}\right)}{\left(\frac{J_l}{\eta J_m}\right)}\left(\frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta \theta_l M_m}\right)\right)i^2 - 2i\left(\frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta \theta_l M_m}\right) + \left(\frac{M_l}{\eta M_m}\right)\left(\frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta \theta_l M_m}\right) = 0$$

114

Esta ecuación es compleja, puesto que implica resolver un polinomio de orden 4. Las soluciones candidatas deben cumplir los siguientes requisitos:

- No debe tener componente imaginaria.
- Debe ser un número positivo.
- Su valor debe ser superior a  $\frac{M_l}{\eta M_m}$ , para que brinde al sistema la ventaja mecánica requerida.

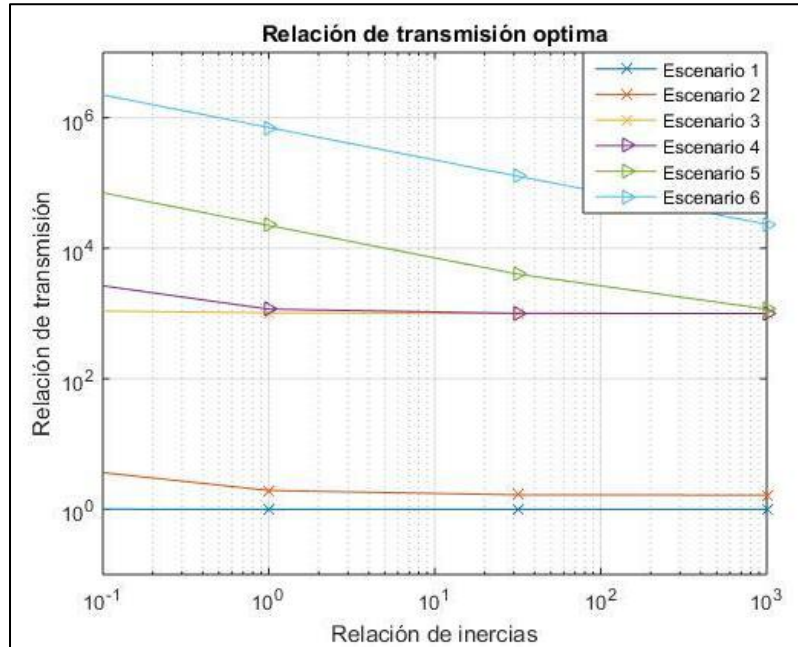
Una vez obtenidas las soluciones candidatas, se puede obtener la solución ideal sustituyendo los valores de  $i$  en la ecuación 113, para encontrar la relación de transmisión que minimiza el tiempo. Si el par del receptor fuera despreciable, se obtiene la ecuación 16, que es el caso particular estudiado tradicionalmente. Si se desea minimizar el tiempo, es preferible que cualquier desviación respecto al valor óptimo de la relación de transmisión, sea para incrementar la ventaja mecánica del sistema.

Si el par del receptor fuera despreciable, se obtiene la ecuación 16, que es el caso particular estudiado tradicionalmente. Si se desea minimizar el tiempo, es preferible que cualquier desviación respecto al valor óptimo de la relación de transmisión, sea para incrementar la ventaja mecánica del sistema. Para mostrar el efecto de las cargas no inerciales en la relación de transmisión ideal, la **Figura 51** muestra la variación de esta relación de transmisión en los escenarios mostrados en la **Tabla 13**, en función de la relación de inercias  $\frac{J_l}{\eta J_m}$ .

**Tabla 13. Escenarios: Relación de transmisión ideal caso trapezoidal**

Escenario	$\left(\frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta \theta_l M_m}\right)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{M_l}{\eta M_m}$
-----------	------------------------------------------------------------------------	------------------------

<b>1</b>	1	0
<b>2</b>	1	1
<b>3</b>	1	1000
<b>4</b>	1000	0
<b>5</b>	1000	1
<b>6</b>	1000	1000



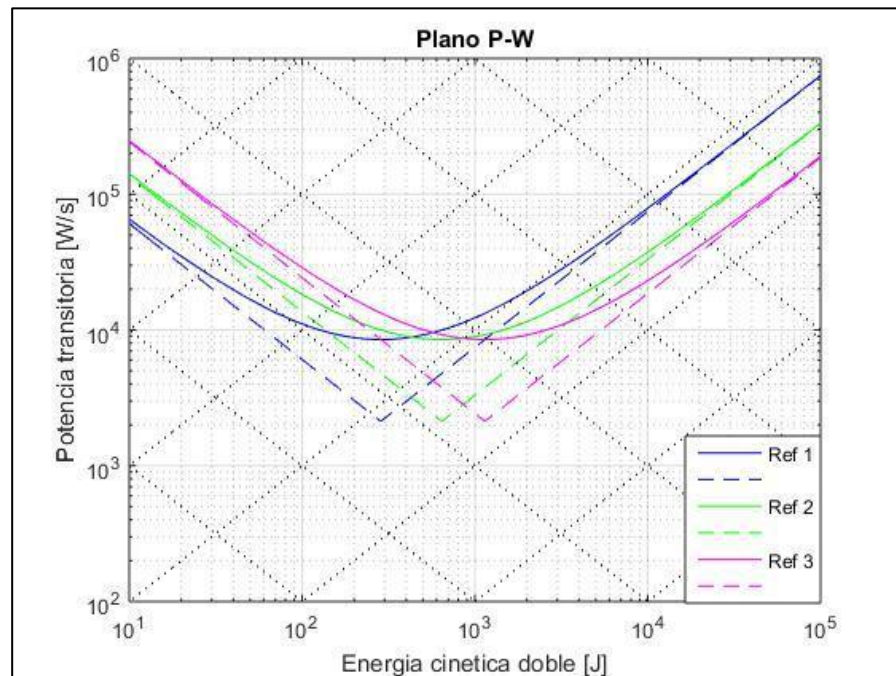
**Figura 51. Relación de transmisión ideal para perfiles trapezoidales considerando cargas no inerciales**

Se puede observar que a medida que incrementa la relación de las inercias, la relación de transmisión optima disminuye. También se puede observar que el incremento en la relación de pares  $\frac{M_l}{\eta M_m}$  y la relación de transmisión optima en el escenario de cargas no inerciales depreciables  $\left(\frac{2\omega_m^2 J_l}{\eta \theta_l M_m}\right)^{\frac{1}{3}}$  impactan en gran medida la relación de transmisión optima real. Se puede apreciar que, en algunos escenarios, la relación de transmisión optima incremento hasta 1000 veces. Esto puede conllevar a soluciones imprácticas desde el punto de vista técnico, y no debe ser perdido de vista por el diseñador.

## 4.6 METODOLOGIA DE LA POTENCIA TRANSITORIA-ENERGÍA CINETICA

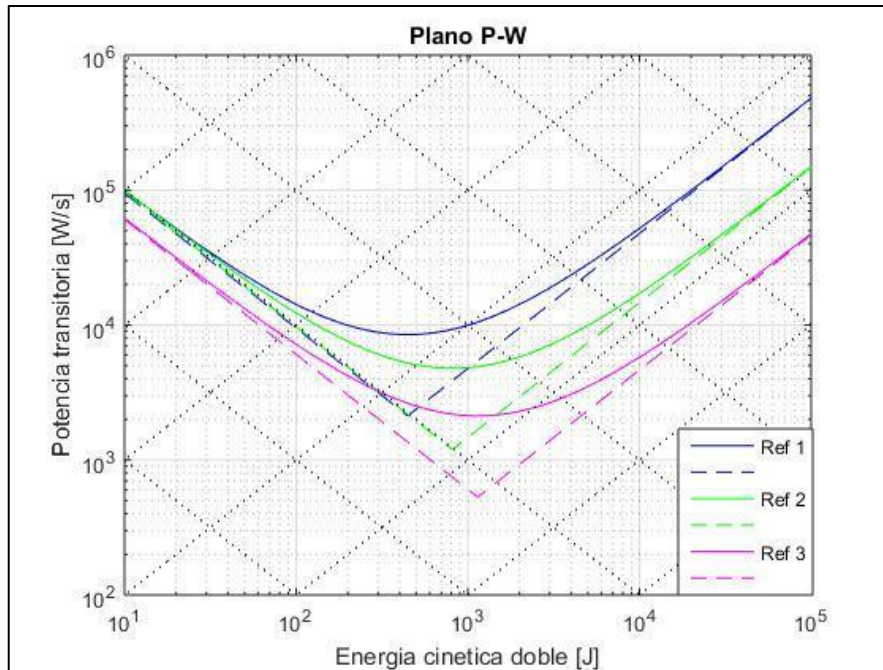
### DOBLE CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES Y RAMPAS NO LINEALES

La metodología P-W tradicional, no considera la presencia de cargas no inerciales que deban ser desplazadas por el accionamiento, y suele ser aplicada a perfiles con rampas lineales. La primera discusión cuando se incluyen perfiles no lineales es determinar el punto de referencia para construir la curva del sistema. Para ilustrar este problema, supóngase que se requiere desplazar un sistema, cuya inercia en el eje de salida del accionamiento es de  $35 \text{ Kg-m}^2$ , en 2,2 segundos, barriendo un ángulo de  $540^\circ$  y la eficiencia es  $\eta = 1$ . A continuación, se muestra la variación de las curvas del sistema tomando tres condiciones de referencia,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{3}$  del tiempo de aceleración. La **Figura 52** muestra las curvas del sistema en estos puntos de referencia para un perfil triangular, la **Figura 53** para un perfil cuadrático con cúspide angular, y la **Figura 54** para un perfil senoidal/curva s con cúspide angular.

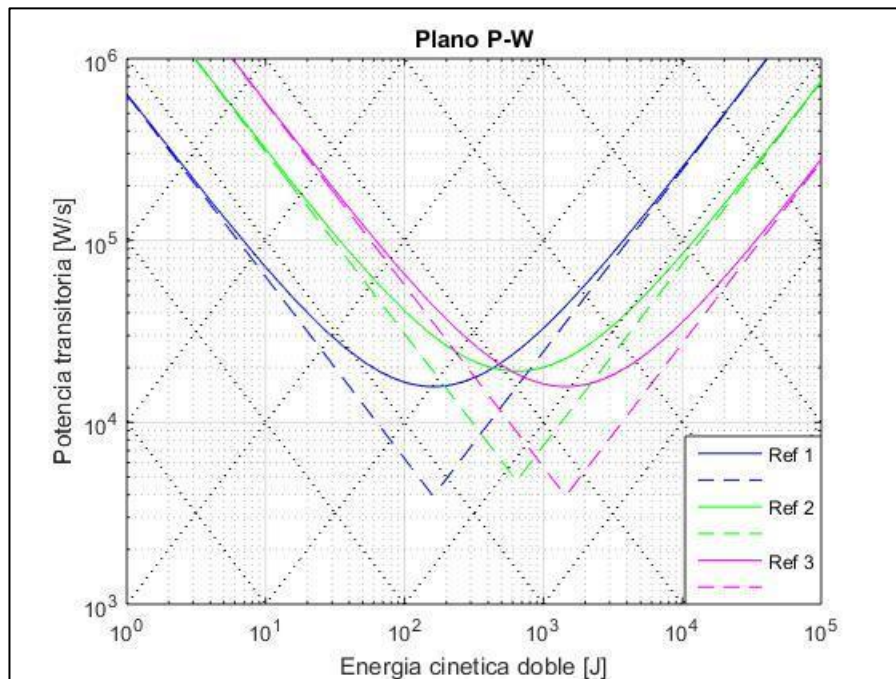


**Figura 52. Variación de la curva P-W en un perfil lineal**





**Figura 53. Variación de la curva P-W en un perfil cuadrático**



**Figura 54. Variación de la curva P-W en un perfil senoidal/curva s**

En un perfil lineal, la variación de la curva del sistema se limita a una traslación horizontal, y el punto crítico se encuentra justo antes de terminar la etapa de aceleración. En el caso del perfil cuadrático, la curva del sistema se traslada hacia abajo y hacia la derecha a medida que avanza el

tiempo en la etapa de aceleración. Por último, la curva para un perfil senoidal/curva-s tiende a subir hasta llegar a un valor máximo, y luego tiende a disminuir. Para estos perfiles se sugiere generar las curvas del sistema para varios puntos de referencia, de manera que se satisfagan todas las posibles curvas a lo largo del ciclo.

La segunda modificación que se le realizara a dicha metodología es incluir el efecto de las cargas no inerciales. Si se despejan las ecuaciones 17-19, a partir de la ecuación 6, la cual contempla la presencia de cargas no inerciales, y se deja como variable el factor  $k$  definido en la ecuación 21, se obtienen la ecuación 115.

$$\frac{\dot{P}_m}{\dot{P}_l} = \left( \frac{k + \frac{1}{\eta k}}{1 - \frac{M_l}{M_m \eta k} \sqrt{\frac{J_m}{J_l}}} \right)^2$$

115

Como se puede observar, la curva del sistema depende de la proporción entre los parámetros del motor y el receptor, por lo tanto, no es posible trazar una única curva del sistema. Teniendo él cuenta que el par del motor no necesariamente es constante, se sugiere emplear el par nominal como valor de referencia. Adicional a esto, el factor  $k$  tiene un valor mínimo correspondiente a

$$k_{min} = \frac{M_l}{M_m \eta k} \sqrt{\frac{J_m}{J_l}}.$$

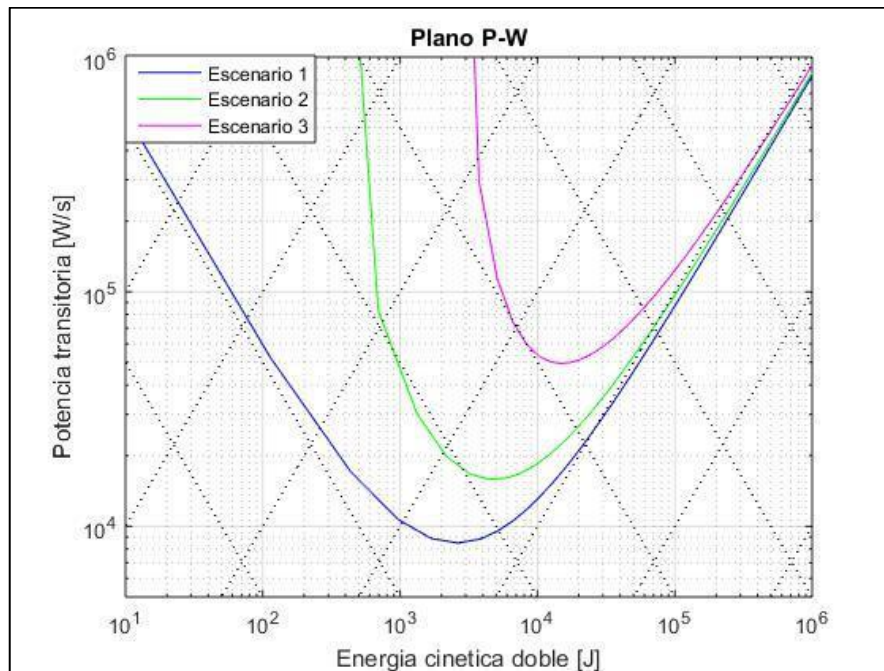
116

Retomando el ejemplo de esta sección, supóngase que además de las cargas inerciales asociados a la inercia de 35 Kg-m<sup>2</sup> del receptor, hay que proporcionar potencia para vencer una carga no inercial, para las relaciones de inercia descritas en la **Tabla 14**. Las gráficas de potencia transitoria-energía cinética doble para el instante  $t = T_a$  se muestran en **Figura 55**.

**Tabla 14. Escenarios: Potencia transitoria considerando cargas no inerciales**

Escenario	$\frac{M_l}{\eta M_m}$	$\frac{J_l}{J_m}$
1	0	1000
2	10	1000

3	10	100
---	----	-----



**Figura 55. Efecto de las cargas no inerciales en los requerimientos de potencia transitoria**

Esto permite concluir que al incrementar la relación entre la carga no inercial  $M_l$  con respecto al par del motor  $M_m$ , o la relación entre la inercia del motor con respecto a la inercia del receptor, mayor serán los requerimientos de la potencia transitoria del sistema. Como se puede observar, el lado izquierdo de las curvas tiene una asíntota vertical, mientras que el lado derecho tiende a aproximarse a la curva P-W que no contempla cargas no inerciales. Lo anterior se debe a que cuando hay cargas no inerciales, la relación de transmisión tiene un valor mínimo de  $i_{min} = \frac{M_l}{\eta M_m}$ . Por otra parte, cuando la relación de transmisión es muy elevada, la ventaja mecánica aumenta, y el efecto de las cargas no inerciales tiende a decrecer.

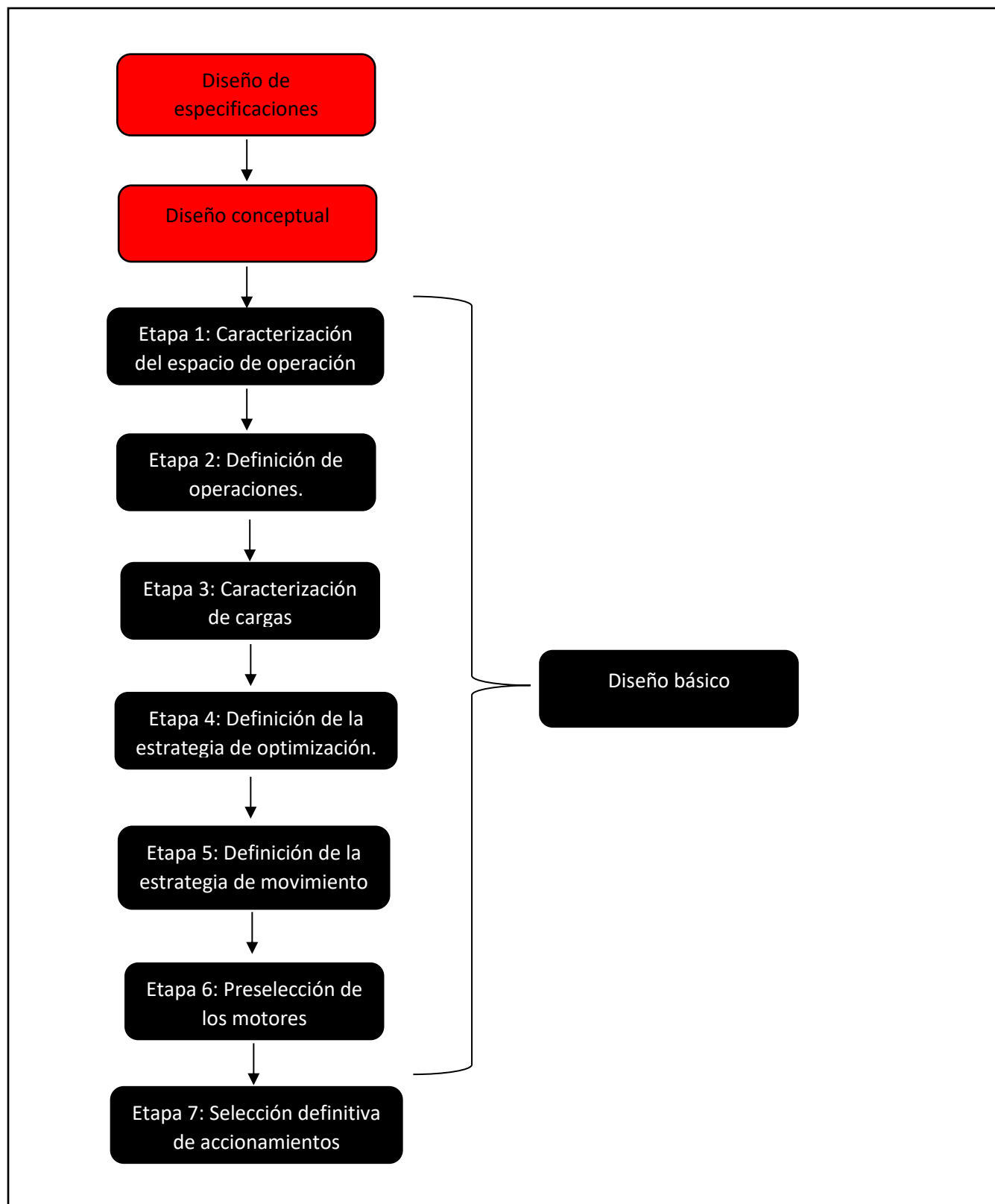
#### 4.7 METODOLOGIA GLOBAL

La metodología desarrollada en esta tesis se divide en varias etapas. Cada una de estas etapas contienen un conjunto de actividades las cuales, al llevarlas a cabo, dan como resultado el diseño del sistema de accionamiento. Las herramientas desarrolladas en este trabajo son válidas para el diseño de manipuladores de tipo cartesianos. Como ya se mencionó en la sección “1.3

**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA”**, esta metodología asume que la decisión referente a la configuración del manipulador ya ha sido tomada previamente.

La metodología propuesta requiere como “entradas” los resultados de las fases de diseño conocidas tradicionalmente como “diseño de especificaciones” y “diseño conceptual”, siendo esta última donde se toma la decisión referente a la configuración. Los entregables de estas etapas serán explicados posteriormente, sin embargo, se aclara que esta metodología no proporciona herramientas para llevar a cabo dichas etapas, sino que utiliza sus resultados como entradas.

La **Figura 56** describe la metodología de diseño en forma de algoritmos lógicos, resaltando en color rojo las etapas de diseño de especificaciones y diseño conceptual para diferenciarlas del resto de la estructura.



**Figura 56. Metodología propuesta**

#### 4.7.1 Diseño de especificaciones

En esta etapa el propósito es definir las condiciones mínimas que debe satisfacer el manipulador para que este se considere funcional. Usualmente estas condiciones expresan un requerimiento o deseo de diseño mediante tres elementos: Una métrica, una unidad y un valor meta<sup>8</sup> que se desee alcanzar [54]. La **Tabla 15** muestra un listado de métricas mínimas necesarias para emplear la metodología.

**Tabla 15. Métricas sugeridas**

Tipo de necesidad	Métricas sugeridas
Manipulación	Masa de la carga.
	Indicadores de producción (Ciclos/segundo, tonelada/día, contenedor/hora, etc.).
	Tiempo de trabajo (Horas/día)
Cinemática <sup>9</sup>	Velocidad máxima
	Aceleración máxima
Condiciones ambientales	Temperatura de operación
	Humedad relativa
	Presencia de gases o elementos inflamables
	Ambientes corrosivos.
	Niveles de ruido permitidos
Normatividad	Requerimientos de normatividad adicionales

#### 4.7.2 Diseño conceptual

La etapa de diseño conceptual consiste en generar y seleccionar alternativas tecnológicas a partir de conceptos y reglas de diseño. En esta etapa se requiere seleccionar el tipo de accionamiento (eléctrico, hidráulico, combustión interna), configuración del manipulador (cartesiano, SCARA, articulado, esférico, cilíndrico) y la tipología de la transmisión accionamiento-receptor (tornillo de potencia, piñón-cremallera, poleas). Esta metodología solo es

---

<sup>8</sup> Eventualmente las necesidades no pueden traducirse a métricas cuantitativas. En dicho escenario, la métrica no se acompaña con una unidad, y el valor meta es una descripción del requerimiento.

<sup>9</sup> Estos límites cinemáticos pueden ser definidos posteriormente en la **Etapa 2: Definición de operaciones**.

válida si una vez ejecutada la etapa de diseño conceptual, se selecciona un accionamiento eléctrico y una configuración cartesiana para el manipulador.

Existen diversas herramientas para la generación de conceptos y la toma de decisiones en la fase de diseño conceptual, tales como diagramas morfológicos, reglas de diseño, cartas de selección y la metodologías MCDM (Toma de decisiones con múltiples criterios). Para la toma de decisiones respecto a la configuración del manipulador, se sugiere revisar el trabajo de Ricardo Barros [22].

#### **4.7.3 Etapa 1: Caracterización del espacio de operación**

En esta etapa se busca caracterizar el espacio en el cual se va a movilizar la carga. En esta etapa el diseñador debe llevar a cabo las siguientes actividades.

- Identificar las posibles posiciones del manipulador.
- Identificar la zona de trabajo del manipulador.
- Identificar los desplazamientos requeridos por el manipulador.
- Identificar zonas con obstáculos que puedan provocar colisiones.

#### **4.7.4 Etapa 2: Definición de operaciones**

En esta etapa el diseñador deberá definir las operaciones que el manipulador llegará a cabo. Estas operaciones se dividen en operaciones de movimiento y operaciones sin movimiento. Para cada operación deberá especificarse:

- La posición inicial y la posición final del manipulador (Si es una operación que involucre movimiento).
- Velocidad y aceleración máximas (Si es una operación que involucre movimiento).
- La duración de la operación (Si es una operación que no involucre movimiento o que involucre movimiento, pero deba realizarse en un tiempo predeterminado)<sup>10</sup>.

Cada operación que involucre movimiento deberá iniciar y finalizar dicho movimiento en condiciones de reposo. Dentro de las operaciones que involucren movimiento se debe hacer la siguiente distinción:

---

<sup>10</sup> Como se mencionó en el glosario, la duración de estas operaciones que no involucran movimiento se conoce como tiempos muertos.

- Aquellas en las cuales hay movimiento y se entrega potencia pero que deben ser ejecutadas en un tiempo específico por razones de diseño.
- Aquellas en las cuales hay movimiento, se entrega potencia y el tiempo es susceptible a ser modificado.

#### **4.7.5 Etapa 3: Caracterización de cargas**

El diseñador debe identificar las cargas mecánicas asociadas al manipulador en cada una de las operaciones, tanto las inerciales como las no inerciales. Este paso es de vital importancia para definir la estrategia de movimiento. Al final de este paso se debe obtener la siguiente información:

- Masas o masas equivalentes en cada operación.
- Cargas no inerciales, tales como peso, fricción, rodadura, etc. (estas fuerzas pueden ser expresadas en términos de la masa).

#### **4.7.6 Etapa 4: Definición de la estrategia de optimización**

Una vez definidas las cargas y las operaciones, el diseñador debe seleccionar la estrategia de optimización que desea implementar. Las estrategias de optimización contempladas en esta metodología son:

- Optimización de requerimientos de potencia.
- Optimización de requerimientos de energía.
- Optimización de requerimientos de tiempo.

#### **4.7.7 Etapa 5: Definición de la estrategia de movimiento**

Una vez definida la estrategia de optimización, el diseñador debe definir la estrategia de movimiento. En esta etapa se deben tomar las siguientes decisiones:

- Distribución de tiempos (Con base en la metodología definida en la sección **“4.2 METODOLOGIA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS DE OPERACIÓN”**).
- Seleccionar el perfil de velocidad optimo (Con base en la metodología definida en la sección. **“4.3 METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DEL PERFIL DE VELOCIDAD OPTIMO”**).
- Seleccionar la saturación optima (Con base en la metodología definida en la sección **“4.4 METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN”**).



Se debe registrar en una tabla la información de cada ciclo (fuerza/torque requerido, velocidad y potencia) para preseleccionar los accionamientos en la siguiente etapa.

#### **4.7.8 Etapa 6: Preselección de motores**

Una vez definida la estrategia de movimiento, se debe llevar a cabo una preselección de los motores. Los resultados de esta etapa son los siguientes:

- Realizar la preselección de motores candidatos para cada eje del manipulador.
- Caracterizar los requerimientos dinámicos de la carga sobre el accionamiento.

Para llevar a cabo esta etapa se utilizará la modificación del método de potencia transitoria energía cinética doble mostrado en la sección **“4.6. METODOLOGIA DE LA POTENCIA TRANSITORIA-ENERGÍA CINETICA DOBLE CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES Y RAMPAS NO LINEALES”**.

#### **4.7.9 Etapa 7: Selección definitiva de accionamientos**

En esta etapa se debe llevar a cabo la selección definitiva de los sistemas de accionamiento. Esta selección se llevará a cabo en una o dos partes:

- Si el objetivo es minimizar el tiempo de movimiento y se utiliza un perfil de rampa lineal, se seleccionará la transmisión de cada motor utilizando la metodología de relación de transmisión optima presentada en la sección **“4.5 METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES”**. En caso contrario, se utilizará la relación de transmisión mínima validada por el método P-W, y que a su vez satisfaga los requerimientos del método **“2.6 METODO DEL PAR-CONSTANTE DE TIEMPO ELECTROMECAÁNICA”**, para disminuir las perdidas asociadas a la transmisión.
- Se llevará a cabo la selección final del accionamiento aplicando la metodología del par constante de tiempo electromecánica presentada en la sección **“2.6 METODO DEL PAR-CONSTANTE DE TIEMPO ELECTROMECAÁNICA”**.

Vale la pena mencionar que la relación de transmisión entre el motor y el receptor tiene un impacto directo en la inercia equivalente del receptor en el motor, la cual finalmente impacta en la constante de tiempo del motor (ecuación 27), así que la selección de la transmisión puede implicar

un proceso iterativo, hasta que se satisfagan los requerimientos impuestos por el método del par-constante de tiempo electromecánica y el método P-W modificado.

## 5 IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGIA PROPUESTA

### 5.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se sintetizan los pasos de la metodología presentada en el capítulo 4, para efectos de su validación. Para validar esta metodología, se proponen como casos de estudio el diseño y síntesis de un manipulador para análisis de muestras clínicas y un manipulador de cargas en puertos. Dichos casos se escogieron debido a que presentan escenarios antagónicos en cuanto a desplazamientos, tiempos, número de operaciones, masas a desplazar y proporción de cargas inerciales/no inerciales. En este capítulo se aplica la metodología en casos reales de diseño y se analizan los resultados obtenidos para comprobar la validez de las soluciones en función de los resultados obtenidos en caso de no haber llevado a cabo la presente metodología.

Cada caso de estudio se validará para los 3 escenarios de optimización, por lo cual a partir de la **etapa 4: “Definición de la estrategia de optimización”**, se mostrarán las variantes del diseño para cada escenario. Para validar la metodología, se utilizará el protocolo definido entre los subcapítulos **5.2.3-5.2.5**, en el cual se propone una metodología para validar la definición de la estrategia de movimiento, el método P-W modificado y el método de relación de transmisión optima modificado.

### 5.2 DESCRIPCIÓN DE CASOS DE ESTUDIO

#### 5.2.1 Caso de estudio 1: Grúa para manipulación de carga en puertos.

Como primer caso de estudio, se propone el diseño del sistema de accionamiento de una grúa para manipulación de carga en puertos. El manipulador deberá transportar los contenedores desde un buque de carga hasta la zona de descarga en la interfaz marítima. No se considerará superposición entre los movimientos en el eje Z y los movimientos en los ejes X e Y ni hay consideraciones especiales por las vibraciones. Las especificaciones para este caso de estudio se muestran en la **Tabla 16**.

**Tabla 16. Especificaciones: Caso de estudio 1**

Tipo de necesidad	Métricas	Unidad	Valor meta
-------------------	----------	--------	------------

<b>Manipulación</b>	Masa por contenedor.	Tonelada	30,3 <sup>11</sup>
	Tasa de producción.	Contenedores/hora	20
	Tiempo de trabajo.	hora/día	24
<b>Condiciones ambientales</b>	Temperatura de operación.	°C	36
	Humedad relativa.	[%]	85
	Presencia de gases o elementos inflamables.	Binario	No
	Ambientes corrosivos.	Binario	No
	Niveles de ruido permitidos.	dB	70 <sup>12</sup>

Para realizar los desplazamientos en los ejes X y Y se plantea utilizar ruedas como transmisión entre el eje de salida del accionamiento y el receptor, mientras que para el eje Z se plantea utilizar polipastos.

### 5.2.2 Caso de estudio 2: Manipulador para analizador de muestras clínicas.

Como segundo caso de estudio, se propone el diseño del sistema de accionamiento para el manipulador de un equipo de análisis de muestras clínicas. El manipulador deberá interactuar con los recipientes del reactivo, los recipientes de suero, controles y calibradores, los pocillos de reacción y la estación de lavado. No se considerará superposición entre los movimientos en el eje Z y los movimientos en los ejes X y Y ni hay consideraciones especiales por las vibraciones. Las especificaciones para este caso de estudio se muestran la **Tabla 17**.

**Tabla 17. Especificaciones: Caso de estudio 2**

Tipo de necesidad	Métricas	Unidad	Valor meta
<b>Manipulación</b>	Masa de la carga y el efector final.	gr	700
	Tasa de producción.	Determinaciones/hora	180
	Tiempo de trabajo.	Hora/día	24
<b>Condiciones ambientales</b>	Temperatura de operación.	°C	20
	Humedad relativa.	[%]	90

<sup>11</sup> Valor máximo para contenedores de 20ft

<sup>12</sup> Límite de ruido admitido en zonas industriales colombianas.

	Presencia de gases o elementos inflamables.	Binario	No
	Ambientes corrosivos.	Binario	No
	Niveles de ruido permitidos.	dB	45 <sup>13</sup>

Para realizar los desplazamientos en los ejes X, Y y Z se plantea utilizar un sistema de piñón-cremallera como transmisión entre el eje de salida del accionamiento y el receptor. Hay que tener en cuenta que en los ejes X y Y, se requieren guías de movimiento, sobre las cuales deben ir ruedas para evitar la fricción entre componentes.

### 5.2.3 Protocolo de validación de la metodología para definir la estrategia de movimiento.

Para comparar esta metodología, se compararán sus resultados contra escenarios representativos. En los escenarios propuestos, se supondrá que se cuenta con la información obtenida hasta el paso **etapa 3** de la metodología, la cual corresponde a la caracterización de las cargas. Una vez ahí, se supondrá que las operaciones se llevan a cabo con perfiles lineales, por ser estos los más empleados [29], [30], y se asignaran los tiempos a los movimientos menos críticos, de manera idéntica a como se hace en la **etapa 5** y posteriormente los tiempos y la saturación se distribuirán de manera distinta en 5 escenarios.

Respecto a la distribución de tiempos, se asumirán dos posibilidades: Una en que los tiempos se distribuyan equitativamente entre las operaciones, y otra donde la distribución de tiempos sea proporcional a los desplazamientos llevados a cabo ( $T = (\sum T_i) \left( \frac{\delta}{\sum \delta} \right)$ ). Respecto a la saturación, se asumirán 2 posibilidades: Una saturación de 0, por ser el caso particular del perfil triangular, en el cual las aceleraciones son mínimas, y uno en el cual la saturación sea  $\frac{1}{3}$ , valor sugerido en algunos catálogos debido a que minimiza la potencia cuando solo se consideran cargas inerciales [55]. Combinando estas dos posibilidades, se obtienen 4 escenarios de comparación. Adicional a esto, se planteará un escenario de comparación 5, en el cual se utilizará un SOLVER

<sup>13</sup> Límite de ruido admitido en zonas de tranquilidad.

para hallar la combinación de tiempos y saturaciones que obtenga el mejor resultado posible sin sobrepasar las restricciones cinemáticas impuestas. Estas condiciones se resumen en la **Tabla 18**.

**Tabla 18. Escenarios de comparación**

Escenario	Tipo de perfil	Criterio para asignar los tiempos en las operaciones críticas	Saturación
1	Lineal	Tiempos iguales	0
2	Lineal	Tiempos iguales	1/3
3	Lineal	Tiempos proporcionales al desplazamiento	0
4	Lineal	Tiempos proporcionales al desplazamiento	1/3
5	Lineal	Valor ideal	Valor ideal

#### 5.2.4 Protocolo de validación del método P-W modificado

Para demostrar la efectividad del método P-W modificado, se realizará una comparación entre los resultados obtenidos aplicando la estrategia de movimiento planteada en la **etapa 5**, solo que se compararan las decisiones a las cuales llegaría el diseñador si aplicara el método P-W original, en comparación con las decisiones tomadas con respecto al método P-W modificado, y se identificara el porcentaje de aciertos del método tradicional con respecto al método propuesto. Para este propósito, todas las curvas de P-W generadas durante la resolución de los casos de estudio, vendrán acompañadas de una curva de referencia, la cual representa la curva P-W del sistema si se consideran despreciables las cargas no inerciales.

#### 5.2.5 Protocolo de validación método de relación de transmisión optima modificado

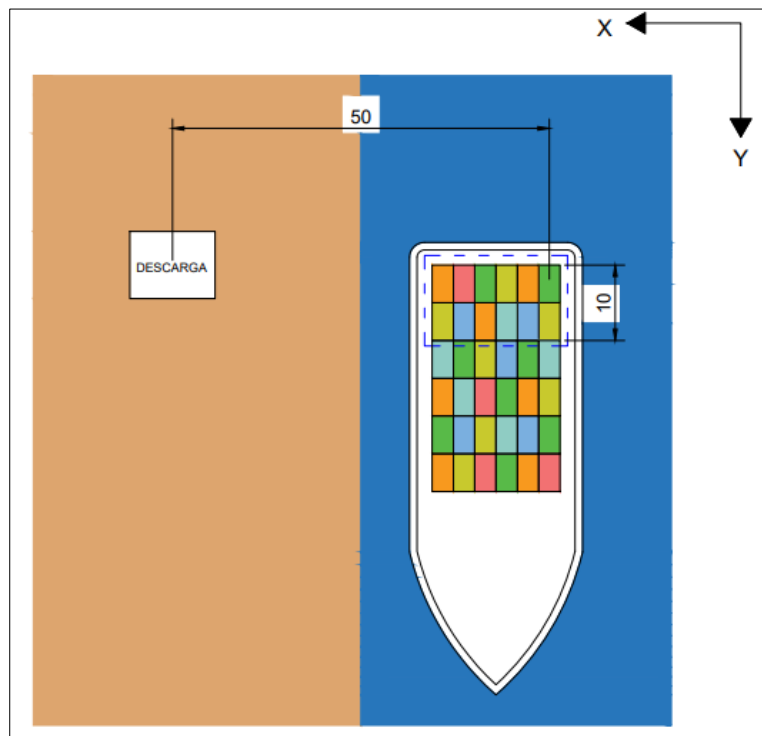
Para validar la efectividad del método de relación de transmisión optima modificada, se graficará la variación del tiempo en función de la relación de transmisión para los motores de cada eje seleccionados al final de la **etapa 7** para el escenario de minimización de tiempo en los dos casos de estudio, validando que con la relación de transmisión utilizada se consiga efectivamente el valor mínimo de tiempo.

## 5.3 VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA EN LOS CASOS DE ESTUDIO

### 5.3.1 Caso de estudio 1: Grúa para manipulación de carga en puertos.

#### a. Etapa 1: Caracterización del espacio de operación.

La **Figura 57** tiene como propósito identificar el entorno de trabajo del manipulador para determinar los rangos de desplazamiento máximo (expresados en metros). Esencialmente el manipulador debe sujetar los contenedores desde los buques, elevarlos hasta alturas máxima de 25m, en algunos casos y transportarlos hacia una zona de descarga. También se desea que el manipulador tenga un margen de 10 m en el eje Y para agarrar contenedores. La distancia más grande en el eje X entre un contenedor y la zona final de descarga se establece en 50m.



**Figura 57. Espacio de trabajo: Caso de estudio 1**

#### b. Etapa 2: Definición de operaciones.

Para este caso de estudio, se definen las siguientes operaciones:

- **Operación 1:** Tiempo muerto de 2 segundos para agarrar el contenedor.
- **Operación 2:** Desplazamiento de 25 m en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 3:** Desplazamiento de 50 m en el eje  $Y^+$ .

- **Operación 4:** Desplazamiento de 10 m en la dirección  $X^+$ .
- **Operación 5:** Desplazamiento de 25 m en la dirección  $Z^-$ .
- **Operación 6:** Tiempo muerto de 2 segundos para liberar el contenedor en el puerto.
- **Operación 7:** Desplazamiento de 25 m en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 8:** Desplazamiento de 10 m en el eje  $X^-$ .
- **Operación 9:** Desplazamiento de 50 m en la dirección  $Y^-$ .
- **Operación 10:** Desplazamiento de 25 m en la dirección  $Z^-$ .

La operación 4 será realizada durante la operación 3, mientras que la operación 8 será realizada durante la operación 9. Para acotar las cargas requeridas por el sistema de accionamiento, la aceleración máxima en aquellas operaciones donde existe manejo de contenedores será de  $1 \frac{m}{s^2}$ , mientras que en aquellas donde no se manejen contenedores, la aceleración permitida (en un eje cartesiano específico) será de  $3 \frac{m}{s^2}$ . Por otro lado, para acotar la velocidad, se tomó como referencia el valor máximo permitido por las normas OSHA [56], el cual equivale a  $3 \frac{m}{s}$  (en un eje cartesiano específico). Las restricciones cinemáticas para cada operación se muestran en la **Tabla 19**.

**Tabla 19. Limites cinemáticos: Caso de estudio 1**

Operación	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]	¿Tiempo susceptible a ser modificado?
2	3	1	Si
3	3	1	Si
4	3	1	Si
5	3	1	Si
7	3	3	Si
8	3	3	Si
9	3	3	Si
10	3	3	Si

### c. Etapa 3: Caracterización de cargas.

El objetivo de este sistema es manipular contenedores desde el barco hasta la interfaz marítima. Adicional a esto, los sistemas de accionamiento deben aportar carga para desplazar la viga móvil

y el carro del puente-grúa. Se asumirá que el carro tiene una masa de 36 Kg, y la viga móvil una masa de 2100 Kg.

En el eje Z, la fuerza no inercial que se considera es el peso del contenedor, mientras que en los ejes X y Y la fuerza no inercial que debe ser vencida por el sistema de accionamiento es la resistencia a la rodadura. Los coeficientes de rodadura, tanto para el carro, como para las llantas de la viga móvil se asumirán de 0,01. Las operaciones 2-5, se llevan a cabo con el contenedor, mientras que las operaciones 7-10 se hacen sin este. La masa del carrito debe ser considerada en todos los movimientos horizontales, y la masa de la viga móvil debe ser considerada únicamente en los movimientos llevados a cabo en el eje Y. Las masas y fuerzas no inerciales para considerar por cada operación se resumen en la **Tabla 20**.

**Tabla 20. Fuerzas por operación: Caso de estudio 1**

Operación	Masa por desplazar [Kg]	Fuerzas no inerciales por unidad de masa [N/Kg]
2	30300	9,8
3	32436	0,098
4	30336	0,098
5	30300	-9,8
7	Despreciable	9,8
8	36	0,098
9	2136	0,098
10	Despreciable	-9,8

#### **d. Etapa 4: Definición de la estrategia de optimización.**

##### **d.1 Escenario: Minimización de potencia nominal**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la potencia nominal del motor.

##### **d.2 Escenario: Minimización de consumo energético**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la minimización del consumo energético.

##### **d.3 Escenario: Minimización de tiempo**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la minimización del tiempo.



**e. Etapa 5: Definición de la estrategia de movimiento.**

El primer paso para definir la estrategia de movimiento es dividir los tiempos entre cada operación. Las operaciones críticas respectivamente son las operaciones 2,3 y 4. En las otras operaciones que involucran movimiento, la carga es despreciable, o simplemente no se entrega potencia mecánica. Utilizando la ecuación 95 Se calcula el tiempo total:

$$T_c = \frac{1}{\frac{20\text{ciclos}}{\text{hora}} * 1.2 * \frac{1h}{3600s}} = 150s$$

Si se utiliza la aceleración máxima en las operaciones 5,7,8, 9 y 10, se alcanzará la velocidad máxima antes de llegar a la mitad del movimiento. Por ende, los tiempos de las operaciones 5,7,8, 9 y 10 utilizando la ecuación 117, la cual se deduce a partir de la ecuación 15.

$$T = \frac{\delta}{V} + \frac{V}{a}$$

117

$$T_5 = T_7 = T_{10} = \frac{25m}{\frac{3m}{s}} + \frac{\frac{3m}{s}}{\frac{3m}{s^2}} = 9,33s$$

$$T_8 = \frac{10m}{\frac{3m}{s}} + \frac{\frac{3m}{s}}{\frac{3m}{s^2}} = 4,33s$$

$$T_9 = \frac{50m}{\frac{3m}{s}} + \frac{\frac{3m}{s}}{\frac{3m}{s^2}} = 17,67s$$

La operación 8 se realizará en 9.33s, de manera simultánea con la operación 7, por lo tanto, el tiempo disponible  $T_{disp}$  para dividir entre las operaciones críticas, se obtiene restando los tiempos muertos y el tiempo de las operaciones no críticas al tiempo total de cada operación.

$$T_{disp} = 150s - 9,33s * 3 - 17,67s - 2s - 2s = 100,33 s$$

La ecuación total del tiempo de movimiento  $T_{disp} = t_2 + t_3$ . No se tendrá en cuenta el tiempo de la operación 4, puesto que esta será realizada durante la operación 3, es decir  $t_3 = t_4$ . Las ecuaciones planteadas en la sección **4.2 "METODOLOGIA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE**

**TIEMPOS DE OPERACIÓN**” serán aplicadas a la operación 3 y no sobre la operación 4, debido a la mayor criticidad de la operación 3, asociada a un mayor desplazamiento y una mayor masa.

### e.1 Escenario: Minimización de potencia nominal

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 99. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 21**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 21. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal.**

Operación	Tiempo [s]	Saturación mínima	Saturación máxima
1	2,0	---	---
2	75,1	0,000	0,991
3	25,2	0,321	0,828
4	25,2	0,000	0,968
5	9,3	0,786	0,786
6	2,0	---	---
7	9,3	0,786	0,786
8	4,3	0,539	0,539
9	17,7	0,887	0,887
10	9,3	0,786	0,786

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección esta entre los perfiles de rampa lineal y rampa parabólica. Para seleccionar el tipo de perfil más apropiado, se calculará el valor del parámetro C para las operaciones críticas.

$$C_2 = \frac{F_{Ni_2}}{m_2 a_{\Delta_2}} = \frac{g}{a_{\Delta_2}} = 553,0 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_3 = \frac{F_{Ni_3}}{m_3 a_{\Delta_3}} = \frac{C_{f_3} g}{a_{\Delta_3}} = 0,3122 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_4 = \frac{F_{Ni_4}}{m_4 a_{\Delta_4}} = \frac{C_{f_4} g}{a_{\Delta_4}} = 1,560 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

Se selecciona la saturación con base en las reglas de dedo mencionadas en la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN**”. Se escogerá el valor mínimo de la saturación para minimizar los requerimientos de potencia transitoria y minimizar las cargas. Utilizando las ecuaciones 37 y 43, se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 22**.

**Tabla 22. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
2	Lineal	0,7	0,392	0,035
3	Lineal	0,2	3,301	0,327
4	Lineal	0,4	0,566	0,075

Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

## e.2 Escenario: Minimización de consumo energético

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 105. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 23**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 23. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de consumo energético**

Operación	Tiempo [s]	Saturación mínima	Saturación máxima
1	2,0	---	---
2	43,8	0,000	0,974
3	56,5	0,000	0,968
4	56,5	0,000	0,994
5	9,3	0,786	0,786

6	2,0	---	---
7	9,3	0,786	0,786
8	4,3	0,538	0,538
9	17,7	0,887	0,887
10	9,3	0,786	0,786

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección esta entre los perfiles de rampa lineal y rampa parabólica. Para seleccionar el tipo de perfil más apropiado, se calculará el valor del parámetro C para las operaciones críticas.

$$C_2 = \frac{F_{Ni_2}}{m_2 a_{\Delta_2}} = \frac{g}{a_{\Delta_2}} = 188,3 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_3 = \frac{F_{Ni_3}}{m_3 a_{\Delta_3}} = \frac{C_{f_3} g}{a_{\Delta_3}} = 1,564 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_4 = \frac{F_{Ni_4}}{m_4 a_{\Delta_4}} = \frac{C_{f_4} g}{a_{\Delta_4}} = 7,82 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

Se selecciona la saturación con base en las reglas de dedo mencionadas en la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN**”. Se escogerá el valor mínimo de la saturación para minimizar los requerimientos de potencia transitoria y minimizar las cargas. Vale la pena recalcar que, para las 3 operaciones en cuestión, se optimizara la potencia nominal en lugar del consumo energético, debido al valor del parámetro C. Utilizando las ecuaciones 37 y 43 se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 24**.

**Tabla 24. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de potencia nominal**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
2	Lineal	0,7	0,671	0,102
3	Lineal	0,4	1,264	0,075
4	Lineal	0,4	0,253	0,015

Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

### e.3 Escenario: Minimización de tiempo

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 107. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 25**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 25. División de tiempos, caso de estudio 1: Minimización de tiempo**

Operación	Tiempo [s]	Saturación mínima	Saturación máxima
1	2,0	---	---
2	42,9	0,000	0,972
3	57,4	0,000	0,969
4	57,4	0,000	0,994
5	9,3	0,786	0,786
6	2,0	---	---
7	9,3	0,786	0,786
8	4,3	0,538	0,538
9	17,7	0,887	0,887
10	9,3	0,786	0,786

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección más apropiada es un perfil con rampa lineal. Conforme con lo expuesto en la sección la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN**”, Se optará por un perfil triangular. Utilizando las ecuaciones 37 y 43, se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 26**.

**Tabla 26. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 1: Minimización de tiempo**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
2	Lineal	0	1,165	0,054

3	Lineal	0	1,742	0,061
4	Lineal	0	0,348	0,012

Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

#### f. Etapa 6: Preselección de motores.

Una vez definida la estrategia de movimiento, se debe hacer una preselección de los motores candidatos a través de la metodología de potencia transitoria-energía cinética doble. Para ello, hay que establecer la relación de transmisión entre el receptor y el eje de salida del sistema de accionamiento. En el caso de los movimientos en los ejes X y Y, es requerido definir el diámetro de las ruedas. De acuerdo con la norma CMAA 70, para la carga manejada por ese puente grúa, el diámetro de las ruedas debe ser de 10 in [57]. En ese orden de ideas, la relación de transmisión del receptor a la salida del accionamiento sería igual a  $\frac{\omega}{v} = \frac{1}{r} = 7,87 \frac{rad}{m}$ . Se asumirá que la eficiencia de esta transmisión es  $\eta = 1$ , puesto que las pérdidas en las ruedas ya se contemplaron al incluir la rodadura dentro de las cargas no inerciales. En el caso de la relación de transmisión para el eje Z, la transmisión se lleva a cabo mediante polipastos. Suponiendo que las poleas del polipasto tienen un diámetro de 700 mm y el mismo cuenta con 3 ramales, la relación de transmisión es igual a  $\frac{\omega}{v} = \frac{3}{r} = 8,57 \left[ \frac{rad}{m} \right]$ . Se asumirá que la eficiencia de esta transmisión es  $\eta = 0,9$ .

Los requerimientos de cada motor se muestran en la **Tabla 27**. La inercia del receptor a la salida del eje del motor se calculará como  $J_l = \frac{m}{\eta i^2}$  siendo  $\eta$  la eficiencia entre el eje de salida del accionamiento y la masa a desplazar, e  $i$  la transmisión entre el eje de salida del accionamiento y la masa a desplazar

**Tabla 27. Requerimientos de cada accionamiento: Caso de estudio 1**

ESCENARIO	EJE	$\theta_l$ [rad]	$J_l$ [Kgm <sup>2</sup> ]	$M_l$ [Nm]	$\omega_l$ $\left[ \frac{rad}{s} \right]$	$\alpha_l$ $\left[ \frac{rad}{s^2} \right]$	P[KW]	W[KJ]	$\dot{P}$ $\left[ \frac{W}{s} \right]$
1	X	393,7	551,3	425,2	26,00	2,6	47,90	371,8	3650,9
	Y	78,7	515,6	397,6	4,50	0,60	3,10	10,23	179,6
	Z	214,3	458,4	3850,0	3,40	0,30	129,80	5,17	41,24
2	X	393,7	551,3	425,2	9,90	0,59	7,50	54,55	192,06
	Y	78,7	515,6	397,6	2,00	0,12	0,91	2,044	7,18

	Z	214,3	458,4	3850,0	5,75	0,87	223,69	15,19	350,27
3	X	393,7	551,3	425,2	13,69	0,48	9,40	103,37	127,05
	Y	78,7	515,6	397,6	2,70	0,09	1,22	3,87	4,60
	Z	214,3	458,4	3850,0	9,98	0,46	386,49	45,69	98,17

Con base en los requerimientos de potencia del receptor para cada uno de los escenarios propuestos, se seleccionaron una serie de motores candidatos, los cuales se muestran en la **Tabla 28**.

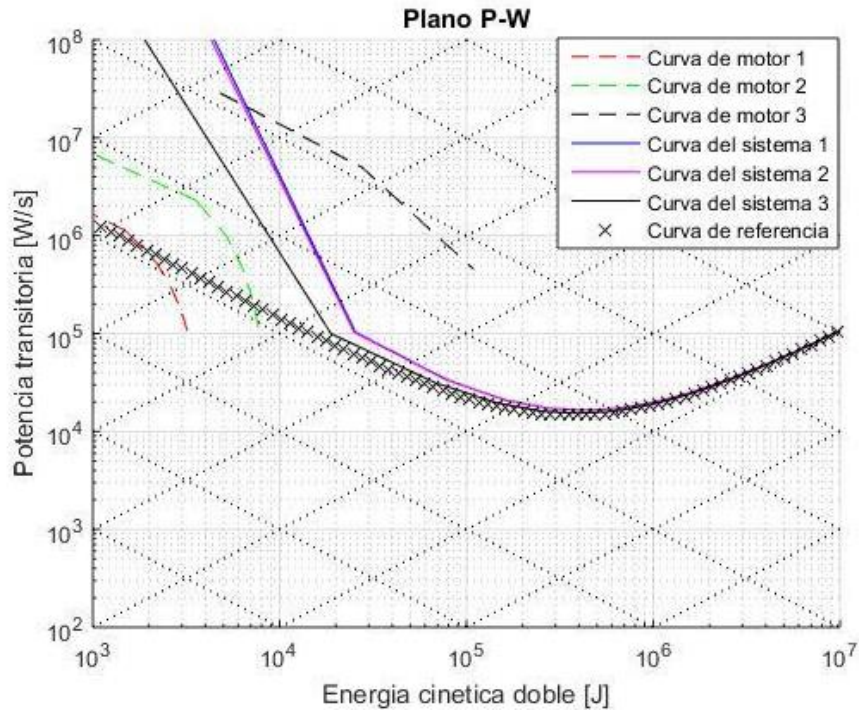
**Tabla 28. Caso de estudio 1: Motores preseleccionados**

EJE	OPCIÓN	MARCA	REFERENCIA	POTENCIA NOMINAL [KW]	VELOCIDAD ANGULAR [RPM]	PAR NOMINAL [N-m]	INERCI DEL ROTOR [Kg-m <sup>2</sup> ]
X	Motor 1	LSK	LSK 1124M-Codigo 5 [60]	16,3	2390	65,1	0,053
	Motor 2	LSK	LSK 1124M-Codigo 6 [60]	25,3	3690	65,5	0,053
	Motor 3	EMG	GH 225S-Codigo 3 [58]	247,0	2390	986,9	1,75
Y	Motor 1	MOTOR POWER COMPANY	PENTA-7LA [59]	1,5	3000	4,8	0,0051
	Motor 2	LSK	LSK 1124L Código 4 [60]	8,3	960	82,6	0,066
	Motor 3	BALDOR	BALDOR CDPWD3605 [61]	3,7	1750	30,9	7,46
Z	Motor 1	EMG	GH 225S-Codigo 2 [58]	292,0	2630	1060,2	1,75
	Motor 2	EMG	GH 225S-Codigo 1 [58]	269,0	2590	991,8	1,75
	Motor 3	EMG	GH 250MK-Codigo 1 [58]	396,0	2360	1602,3	3,37

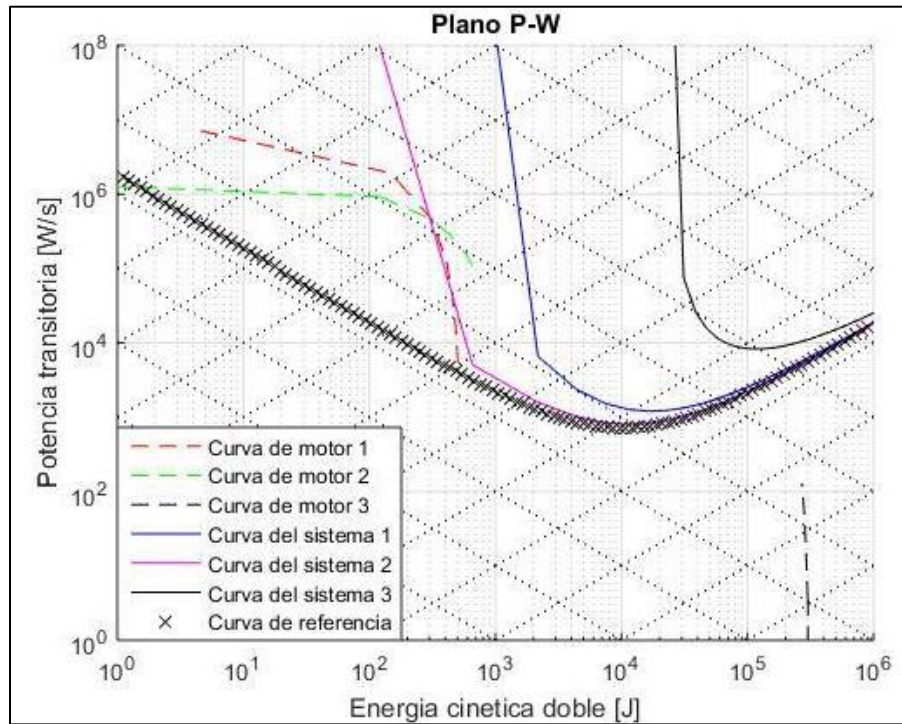
### f.1 Escenario: Minimización de potencia nominal

Tomando los datos de la **Tabla 27** y la **Tabla 28**, y asumiendo que no hay perdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización de potencia nominal. Los resultados se muestran en las figuras **58 - 60**. La **Tabla 29** muestra las relaciones

de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.

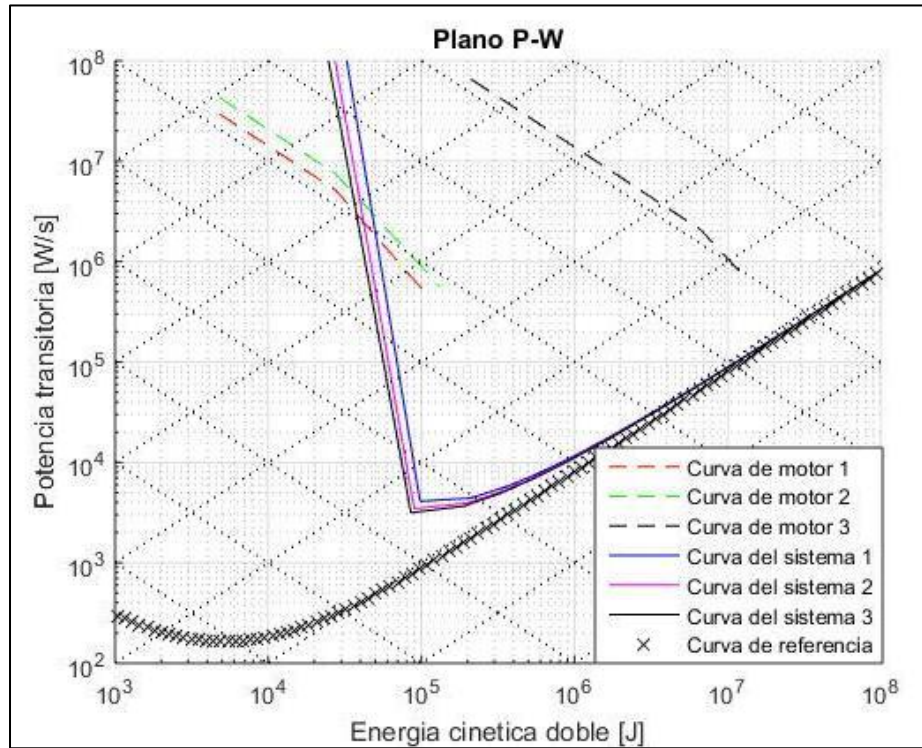


**Figura 58. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.**





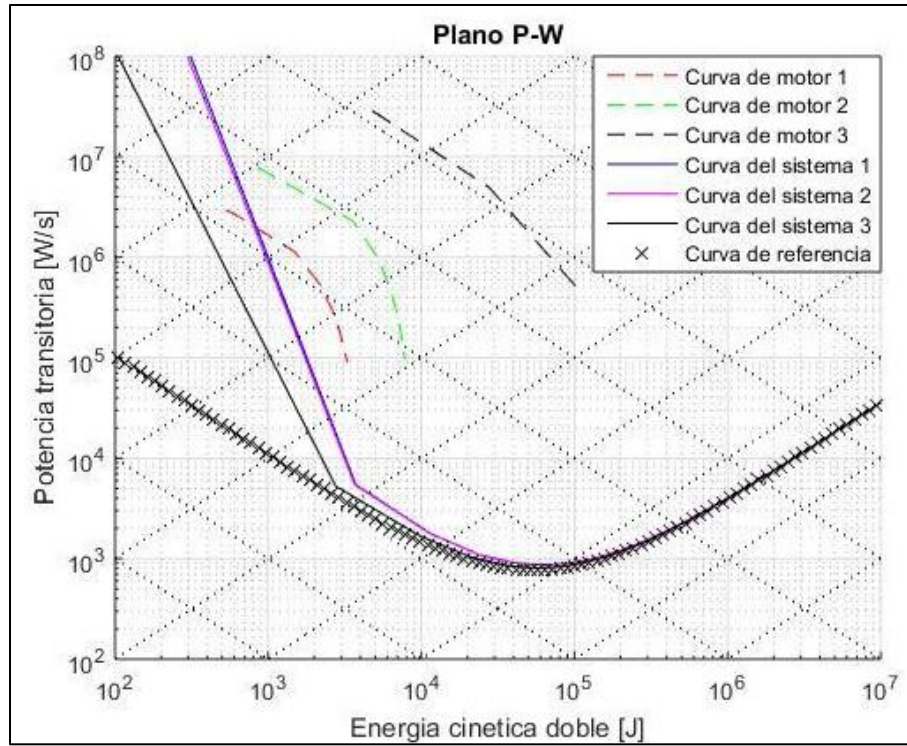
**Figura 59. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.**



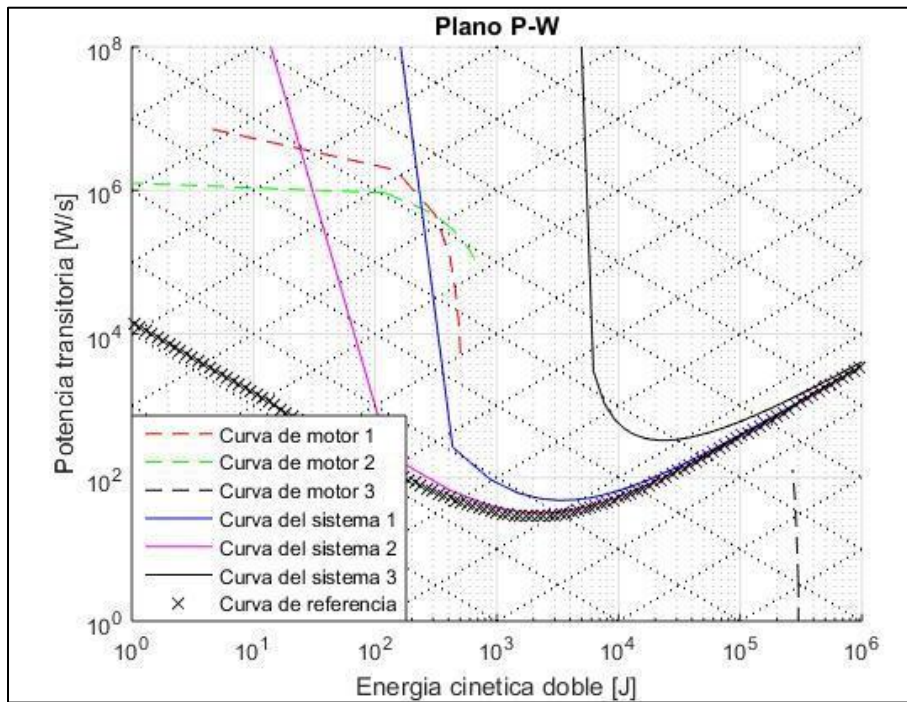
**Figura 60. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de potencia nominal.**

## f.2 Escenario: Minimización de consumo energético

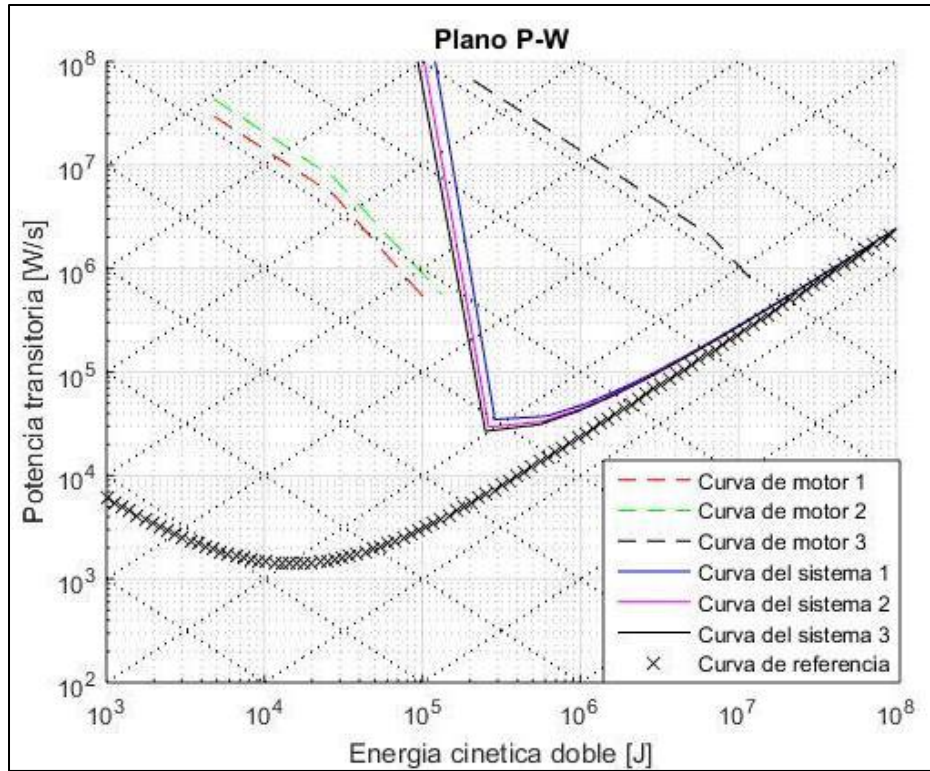
Tomando los datos de las **Tabla 27** y la **Tabla 28**, y asumiendo que no hay pérdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización consumo energético. Los resultados se muestran en las figuras **61-63**-. La **Tabla 29** muestra las relaciones de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.



**Figura 61. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético**



**Figura 62. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético**

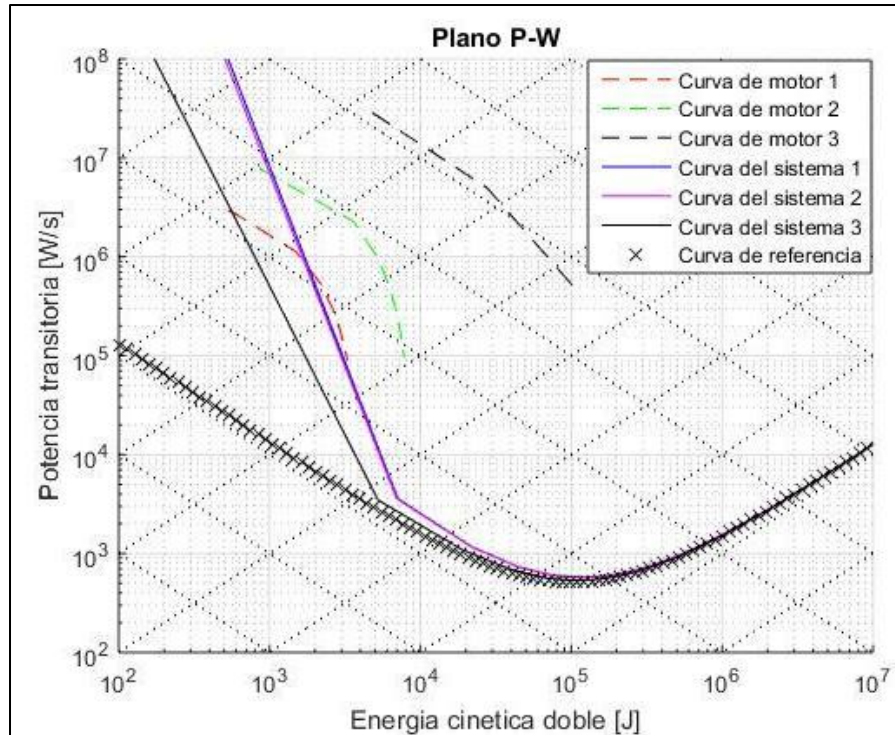


**Figura 63. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de consumo energético**

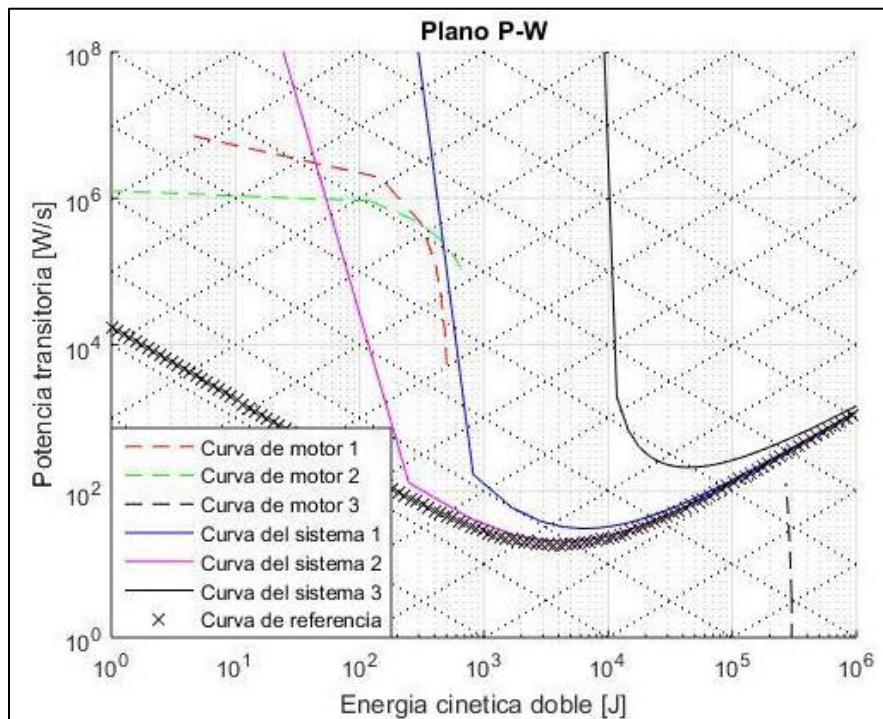
### **f.3 Escenario: Minimización de tiempo**

Tomando los datos de la **Tabla 27** y la **Tabla 28**, y asumiendo que no hay pérdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización de tiempo. Los resultados se muestran en las figuras **64-66**. La **Tabla 29** muestra las relaciones de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.





**Figura 64. Curva P-W eje X: Caso de estudio 1, minimización de tiempos**



**Figura 65. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 1, minimización de tiempos**

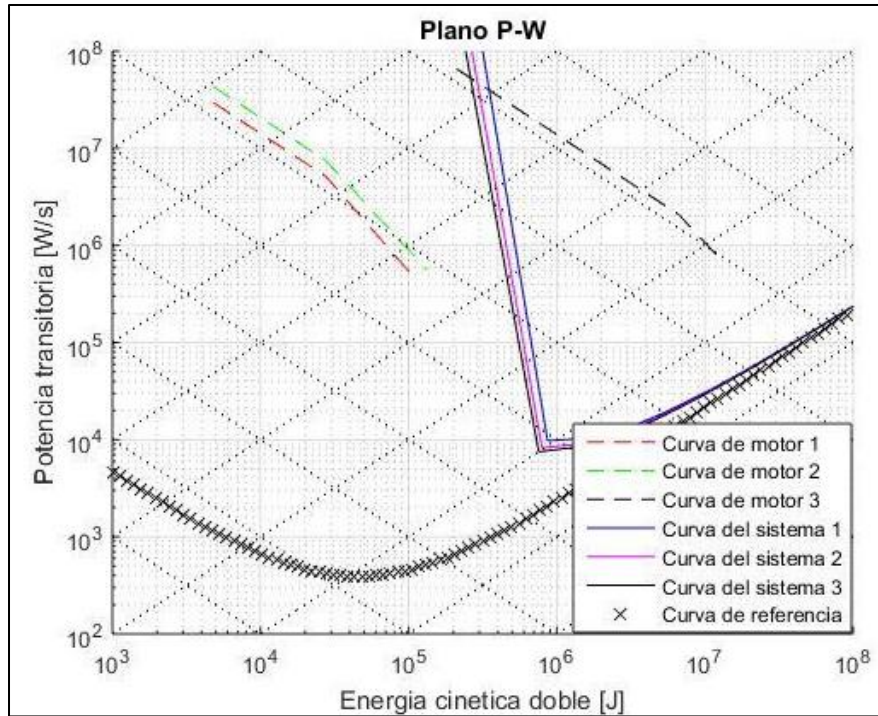


Figura 66. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 1, minimización de tiempo

Tabla 29. Resultados del método P-W Caso de estudio I

Eje	Escenario	Motor	Cumple/No cumple	$W_{m_{min}}$ [KJ]	$W_{m_{max}}$ [KJ]	$k_{min}$	$k_{max}$	$J_l$ [Kgm <sup>2</sup> ]	$J_m$ [Kgm <sup>2</sup> ]	$i_{min}$	$i_{max}$
X	1	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	4,8	109,6	0,114	0,543	551,3	1,75	2,02	9,64
	2	Opción 1	Cumple	0,8	3,3	0,124	0,245	551,3	0,053	12,67	25,00
		Opción 2	Cumple	0,9	7,8	0,126	0,378	551,3	0,053	12,81	38,57
		Opción 3	Cumple	4,8	109,6	0,297	1,418	551,3	1,75	5,26	25,16
	3	Opción 1	Cumple	1,8	3,3	0,133	0,178	551,3	0,053	13,57	18,17
		Opción 2	Cumple	1,0	7,8	0,098	0,275	551,3	0,053	10,03	28,01
		Opción 3	Cumple	4,8	109,6	0,215	1,029	551,3	1,75	3,82	18,28
Y	1	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	Cumple	0,30	0,66	0,172	0,254	515,6	0,066	15,20	22,43
		Opción 3	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
	2	Opción 1	Cumple	0,235	0,50	0,339	0,495	515,6	0,0051	107,81	157,26
		Opción 2	Cumple	0,0305	0,66	0,122	0,568	515,6	0,066	10,80	50,18
		Opción 3	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
	3	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	Cumple	0,0538	0,66	0,118	0,413	515,6	0,066	10,42	36,47
		Opción 3	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---

Z	1	Opción 1	Cumple	50,5	107,8	3,125	4,566	458,4	1,75	50,58	73,90
		Opción 2	Cumple	39,5	132,7	2,764	5,067	458,4	1,75	44,74	82,01
		Opción 3	Cumple	210,0	13480,0	6,373	51,062	458,4	3,37	74,33	595,53
	2	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	210,0	13480,0	3,718	29,790	458,4	3,37	43,36	347,43
	3	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	262,0	13480,0	2,390	17,180	458,4	3,37	27,92	200,33

#### g. Etapa 7: Selección definitiva de accionamientos

Antes de aplicar el método de par-constante de tiempo electromecánica, es necesario definir la relación de transmisión entre el eje del motor y el eje el receptor, de acuerdo con los criterios presentados en la sección “**Etapa 7: Selección definitiva de accionamientos**”. En ese orden de ideas, en el caso de la potencia y la energía, se optará por tomar el valor de transmisión más bajo posible, para minimizar las pérdidas en los árboles de transmisión, mientras que para minimizar el tiempo se utilizará la estrategia planteada en la sección “**4.5 METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES**”. Se asumirá que la eficiencia entre el eje del motor y el eje del receptor es 95%.

Para el escenario de minimización de tiempos, se calculará la relación de transmisión máxima que satisfaga la inecuación 10, ya que si esta relación no se satisface implica que la mejor alternativa es utilizar una estrategia trapezoidal. Además de lo anterior, para todos los escenarios se calculará la relación de transmisión máxima que satisfaga la inecuación 8, si es imposible operar bajo relaciones de transmisión menores o iguales a esta, esto implica que se debe incrementar la saturación del perfil asumido inicialmente para disminuir la velocidad. La relación de transmisión seleccionada para cada motor en cada escenario se muestra en la **Tabla 30**.

**Tabla 30. Selección de relaciones de transmisión. Caso de estudio I**

Eje	Escenario	Motor	$i_{critico}$	$\frac{\omega_{m_{max}}}{\omega_l}$	$i_{opt_{\Delta}}$	$i_{opt_{\blacksquare}}$	$i$	Observaciones
X	1	Opción 3	---	9,63	---	---	3	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
	2	Opción 1	---	9,95	---	---	14	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 2	---	9,95	---	---	14	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W

	3	Opción 3	---	9,95	---	---	6	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 1	16,4	18,25	116,29	21,64	22	Se utilizará estrategia de perfil trapezoidal
		Opción 2	19,8	28,17	116,23	25,87	26	Se utilizará estrategia de perfil trapezoidal
		Opción 3	4,9	18,25	18,95	6,11	6	Se utilizará estrategia de perfil trapezoidal
Y	1	Opción 2	---	22,56	---	---	16	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 1	---	108	---	---	23	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
	2	Opción 2	---	50,49	---	---	11	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 2	11,8	53,14	96,68	15,35	16	Se utilizará estrategia de perfil trapezoidal
Z	1	Opción 1	---	82,06	---	---	51	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 2	---	80,81	---	---	45	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
		Opción 3	---	73,63	---	---	75	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W.
	2	Opción 3	---	42,97	---	---	44	Se utilizará el valor mínimo validado en el método P-W
	3	Opción 3	24,8	45,79	51,64	32,71	33	Se utilizará estrategia de perfil trapezoidal

Con los resultados de la **Tabla 30**, se aplica el método par-constante de tiempo electromecánica. La información técnica utilizada para llevar a cabo esta metodología se encuentra en el **ANEXO 1. INFORMACIÓN TÉCNICA DE MOTORES CANDIDATOS PARA EL METODO PAR-CONSTANTE ELECTROMECHANICA.**<sup>14</sup> La fuerza total que el motor puede aportar al receptor ( $F_{ml}$ ), se puede calcular como  $F_{ml} = M_m * \eta_{global} * i_{global}$ . Los resultados del método se muestran en la **Tabla 31**.

**Tabla 31. Resumen método par-constante electromecánica caso de estudio I**

Eje	Escenario	Motor	Cumple/No cumple	$i$	$J_{eq} [Kg\ m^2]$	$\Gamma [s]$	$T_a [s]$	$F_{ml} [KN]$	$F [KN]$
X	1	Opción 3	Cumple	3	64,18	0,59	10,09	21,70	13,78
	2	Opción 1	Cumple	14	2,98	1,37	16,94	6,55	5,60
		Opción 2	Cumple	14	3,04	1,37	16,94	6,45	5,60
		Opción 3	Cumple	6	18,00	0,17	16,94	41,60	5,60
		Opción 1	Cumple	22	1,86	0,86	28,70	8,25	5,15

<sup>14</sup> No se encontró referencia al coeficiente de amortiguamiento en los catálogos, por ende, se tomó como cero para tomar un valor conservador en términos de la constante de tiempo electromecánica.

	3	Opción 2	Cumple	26	0,92	0,41	14,35	11,98	5,8
		Opción 3	Cumple	6	18,00	0,17	28,7	41,69	5,15
Y	1	Opción 2	Cumple	16	2,16	0,43	7,57	9,49	5,24
	2	Opción 1	Cumple	108	0,05	0,08	16,95	3,72	3,43
		Opción 2	Cumple	11	4,59	0,92	16,94	6,39	3,43
	3	Opción 2	Cumple	16	2,16	0,44	15,79	9,49	3,43
Z	1	Opción 1	Cumple	51	1,93	0,02	11,27	400,61	297,99
		Opción 2	Cumple	45	1,98	0,02	11,27	330,66	297,99
		Opción 3	Cumple	75	3,45	0,01	11,27	890,35	297,99
	2	Opción 3	Cumple	44	3,62	0,01	6,58	522,34	300,3
	3	Opción 3	Cumple	33	3,81	0,02	3,22	383,92	302,87

Se puede validar mediante la **Tabla 31**, que todos los motores cumplen con el criterio del método par-constante de tiempo electromecánica. Para el eje x, en el escenario I se escogerá la opción 3 del motor, puesto que es la única que satisface tanto los criterios del método P-W como del método par-constante de tiempo electromecánica. En el escenario 2, se seleccionará la opción 1 puesto que es la que tiene menor potencia. Para el escenario 3, se calculará el tiempo requerido para las alternativas 1 y 2 con las relaciones de transmisión seleccionadas, utilizando la ecuación 113 y los datos de cada motor (la opción 3 se descarta por su potencia excesiva). Los resultados son opción 1:  $T = 44,24s$ ; y opción 2:  $T = 35,84s$ . Se escogerá la opción 2, puesto que es que permite el menor tiempo.

En el caso del eje Y, para los escenarios 1 y 3 se escogerá la opción 2 del motor, por ser la única que satisface tanto los criterios del método P-W como del método par-constante de tiempo electromecánica. En el caso del escenario 2, se escogerá la opción 1 por tener menor potencia mecánica. Finalmente, en el caso del eje Z, para el escenario 1 se utilizará la alternativa 1 de motor por ser la que posee menor potencia nominal, mientras que para los escenarios 2 y 3 se utilizara la opción 3 de motor, puesto que es la única que satisface todos los criterios. Los resultados de la selección definitiva de sistemas de accionamiento para este caso de estudio se muestran en la **Tabla 32**.

**Tabla 32. Selección definitiva de sistema de accionamiento. Caso de estudio I**

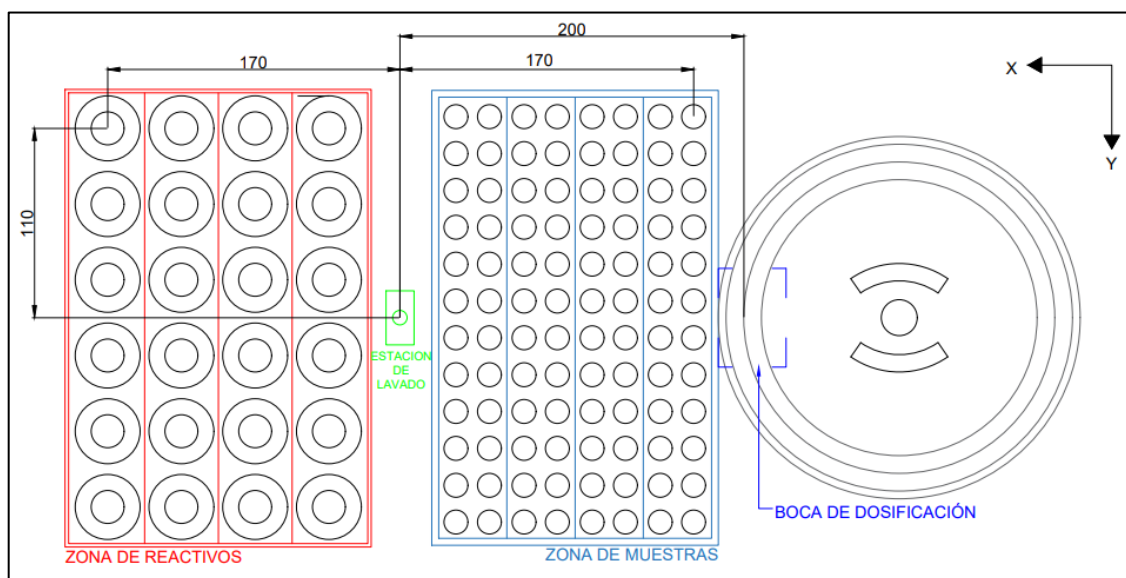


Eje	Escenario	Motor	Marca	Referencia	<i>i</i>
X	1	Opción 3	EMG	GH 225S-Codigo 3 [58]	3
	2	Opción 1	LSK	LSK 1124M-Codigo 5 [60]	14
	3	Opción 2	LSK	LSK 1124M-Codigo 6 [60]	26
Y	1	Opción 2	LSK	LSK 1124L Código 4 [60]	16
	2	Opción 1	MOTOR POWER COMPANY	PENTA-7LA [59]	108
	3	Opción 2	LSK	LSK 1124L Código 4 [60]	16
Z	1	Opción 1	EMG	GH 225S-Codigo 2 [58]	51
	2	Opción 3	EMG	GH 250MK-Codigo 1 [58]	44
	3	Opción 3	EMG	GH 250MK-Codigo 1 [58]	33

### 5.3.2 Caso de estudio 2: Manipulador para analizador de muestras clínicas.

#### a. Etapa 1: Caracterización del espacio de operación.

La **Figura 67** tiene como propósito identificar el entorno de trabajo del manipulador para determinar los rangos de desplazamiento máximo (expresados en milímetros). Esencialmente el manipulador debe desplazarse hacia la zona de lavado, dirigirse hacia los reactivos, volver a la zona de lavado, dirigirse a la zona de muestras, volver a la zona de lavado y finalmente ir hacia la boca de dosificación del manipulador. La zona de lavado y los pocillos de reacción de la boca de dosificación se encuentran 40mm por debajo del nivel del efector, mientras se espera que cuando un reactivo o muestra está en su nivel mínimo se debe efectuar un desplazamiento de 80mm.



**Figura 67. Espacio de trabajo: Caso de estudio 2**

**b. Etapa 2: Definición de operaciones.**

Para este caso de estudio, se definen las siguientes operaciones:

- **Operación 1:** Desplazamiento de 200 mm hacia la estación de lavado en el eje X.
- **Operación 2:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^-$ .
- **Operación 3:** Tiempo muerto de 3.6 s, para expulsión de reactivo y lavado
- **Operación 4:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 5:** Desplazamiento de 170 mm en el eje X hacia el reactivo.
- **Operación 6:** Desplazamiento de 110 mm en el eje Y hacia el reactivo.
- **Operación 7:** Desplazamiento de 40 en la dirección  $Z^-$ .
- **Operación 8:** Desplazamiento de 40mm en la dirección  $Z^-$  y detección del nivel de reactivo. La operación debe durar 1.0 s
- **Operación 9:** Tiempo muerto de 1.25 s para tomar reactivo.
- **Operación 10:** Desplazamiento de 80 mm en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 11:** Desplazamiento de 170 mm en el eje X hacia la estación de lavado.
- **Operación 12:** Desplazamiento de 110 mm en el eje Y hacia la estación de lavado.
- **Operación 13:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^-$  para depositar la punta termostatizada en fluido.
- **Operación 14:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 15:** Desplazamiento de 170 mm en el eje X hacia recipientes de muestra.
- **Operación 16:** Desplazamiento de 110 mm en el eje Y hacia recipientes de muestra.
- **Operación 17:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^-$ .
- **Operación 18:** Desplazamiento de 40mm en la dirección  $Z^-$  y detección del nivel de la muestra. La operación debe durar 1.0 s.
- **Operación 19:** Tiempo muerto de 0.125s destinado a tomar la muestra.
- **Operación 20:** Desplazamiento de 80 mm en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 21:** Desplazamiento de 170 mm en el eje X hacia la estación de lavado.
- **Operación 22:** Desplazamiento de 110 mm en el eje Y hacia la estación de lavado.
- **Operación 23:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^-$  para depositar la punta termostatizada en fluido.

- **Operación 24:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^+$ .
- **Operación 25:** Desplazamiento de 200 mm en el eje X hacia los pocillos de reacción.
- **Operación 26:** Desplazamiento de 40mm en la dirección  $Z^-$ .
- **Operación 27:** Tiempo muerto de 0,909s para expulsión de la muestra y el reactivo.
- **Operación 28:** Desplazamiento de 40 mm en la dirección  $Z^+$ .

La operación 6 será ejecutada durante la operación 5, la operación 12 será ejecutada durante la operación 11, la operación 16 será ejecutada durante la operación 15 y la operación 22 será ejecutada durante la operación 21. Adicionalmente, las operaciones 7 y 8 pueden considerarse una única operación con consideraciones especiales, al igual que las operaciones 17 y 18.

Para acotar las cargas requeridas por el sistema de accionamiento, la aceleración máxima será de  $5000 \frac{mm}{s^2}$  (en un eje cartesiano específico). Por otro lado, para acotar la velocidad, esta será de  $700 \frac{mm}{s}$  para movimientos en el plano XY (en un eje cartesiano específico), y  $500 \frac{mm}{s}$  para movimientos en el eje Z. Estos valores se establecieron tomando como punto de referencia el trabajo del autor Ricardo Barros [22]. Las restricciones cinemáticas para cada operación se muestran en la **Tabla 33**.

**Tabla 33. Limites cinemáticos: Caso de estudio 2**

Operación	Velocidad máxima [mm/s]	Aceleración máxima [mm/s <sup>2</sup> ]	¿Tiempo susceptible a ser modificado?
1	700	4000	Si
2	500	4000	Si
4	500	4000	Si
5	700	4000	Si
6	700	4000	Si
7	500	4000	Susceptible a ser modificado con restricciones.
8	500	4000	No
10	500	4000	Si
11	700	4000	Si
12	700	4000	Si
13	500	4000	Si

<b>14</b>	500	4000	Si
<b>15</b>	700	4000	Si
<b>16</b>	700	4000	Si
<b>17</b>	500	4000	Susceptible a ser modificado con restricciones.
<b>18</b>	500	4000	No
<b>20</b>	500	4000	Si
<b>21</b>	700	4000	Si
<b>22</b>	700	4000	Si
<b>23</b>	500	4000	Si
<b>24</b>	500	4000	Si
<b>25</b>	700	4000	Si
<b>26</b>	500	4000	Si
<b>28</b>	500	4000	Si

### c. Etapa 3: Caracterización de cargas.

El objetivo de este sistema es automatizar análisis clínicos. Para esto, el manipulador deberá desplazar el eyector final, con y sin medicamento, y adicional a esto, los sistemas de accionamiento deben aportar carga para desplazar los carros en los ejes X, Y y Z. El efector en el eje Z, tiene una masa total de 700g (incluyendo el efector final), el carro en Y tiene una masa de 1300g, incluyendo el efecto del efector en z, y el carro en X tiene una masa total de 3200g, incluyendo los sistemas para el movimiento en los ejes Y y Z. Los cambios de masa asociados a las sustancias químicas con las cuales interactúa el manipulador son despreciables.

En el eje Z la fuerza no inercial que se considera es el peso del efector final, mientras que en los ejes X y Y la fuerza no inercial que debe ser vencida por el sistema de accionamiento es la resistencia a la rodadura. Los coeficientes de rodadura se asumirán de 0,01. Las masas y fuerzas no inerciales para considerar por cada operación se resumen en la **Tabla 34**.

**Tabla 34. Fuerzas por operación: Caso de estudio 2**

Operación	Masa por desplazar [Kg]	Fuerzas no inerciales por unidad de masa [N/Kg]
<b>1</b>	3,2	0,098

2	0,7	-9,8
4	0,7	9,8
5	3,2	0,098
6	1,3	0,098
7	0,7	-9,8
8	0,7	-9,8
10	0,7	9,8
11	3,2	0,098
12	1,3	0,098
13	0,7	-9,8
14	0,7	9,8
15	3,2	0,098
16	1,3	0,098
17	0,7	-9,8
18	0,7	-9,8
20	0,7	9,8
21	3,2	0,098
22	1,3	0,098
23	0,7	-9,8
24	0,7	9,8
25	3,2	0,098
26	0,7	-9,8
28	0,7	9,8

#### **d. Etapa 4: Definición de la estrategia de optimización.**

##### **d.1 Escenario: Minimización de potencia nominal**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la potencia nominal del motor.

##### **d.2 Escenario: Minimización de consumo energético**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la minimización del consumo energético.

##### **d.3 Escenario: Minimización de tiempo**

Como parámetro a optimizar, se seleccionará la minimización del tiempo.

**e. Etapa 5: Definición de la estrategia de movimiento.**

El primer paso para definir la estrategia de movimiento es dividir los tiempos entre cada operación. En las operaciones 2, 13, 23 y 26 se opera en descenso, lo cual implica una disminución en las cargas en el accionamiento del eje Z, por lo cual se harán en el menor tiempo posible que lo permitan las ecuaciones cinemáticas. Las operaciones 8 y 18, requieren ser llevadas a cabo en 1s. Si la operación 7 y la operación 8 se llevan a cabo como una operación única, teniendo en cuenta que en la operación 7 se lleva a cabo el mismo desplazamiento, se optara por llevar a cabo estas dos operaciones en 2 segundos. Por otro lado, las operaciones 3,9, 19 y 27 corresponden a tiempos muertos. Eso quiere decir, que las operaciones a las que más importancia se le debe dar son las operaciones 1, 4, 5, 10, 11, 14, 15, 20, 21, 24, 25 y 28. Utilizando la ecuación 95 Se calcula el tiempo total:

$$T_c = \frac{1}{\frac{180 \text{ ciclos}}{\text{hora}} * 1.2 * \frac{1h}{3600s}} = 16,67s$$

Si se utiliza la aceleración máxima en las operaciones 2, 13, 23 y 26, no se alcanzará la velocidad máxima antes de alcanzar la mitad del tiempo de movimiento. Por ende, los tiempos de las operaciones 2, 13, 23 y 26 utilizando la ecuación 118, la cual se deduce a partir de la ecuación 11.

$$T = \sqrt{\frac{4\delta}{a}}$$

118

$$T_2 = T_{13} = T_{23} = T_{26} = \sqrt{\frac{4 * 0,2m}{\frac{5m}{s^2}}} = 0,1789 s$$

Con base en lo anterior lo tanto, el tiempo disponible  $T_{disp}$  para dividir entre las operaciones críticas, se obtiene restando el tiempo de las operaciones no críticas al tiempo total de cada ciclo los tiempos muertos.

$$T_{disp} = 16,67s - 4 * 0,1789s - 2 * 2s - 3,6s - 1,25s - 0,125s - 0,909s = 6,07 s$$

La ecuación total del tiempo de movimiento  $T_{disp} = t_1 + t_4 + t_5 + t_{10} + t_{11} + t_{14} + t_{15} + t_{20} + t_{21} + t_{24} + t_{25} + t_{28}$ . No se tendrán en cuenta los tiempos de las operación 6, 12, 16 y 22 puesto que esta será realizada durante las operaciones 5, 11, 15 y 21 respectivamente, es decir  $t_6 = t_5$ ,  $t_{12} = t_{11}$ ,  $t_{16} = t_{15}$  y  $t_{22} = t_{21}$ . Las ecuaciones planteadas en la sección **4.2 "METODOLOGIA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS DE OPERACIÓN"** serán aplicadas a las operaciones 5, 11, 15 y 21 y no sobre las operaciones 6, 12, 16 y 22 debido a la mayor criticidad de las operaciones en el eje X, asociada a un mayor desplazamiento y una mayor masa.

### e.1 Escenario: Minimización de potencia nominal

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 99. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 35**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 35. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de potencia nominal.**

Operación	Tiempo [s]	Saturación mínima	Saturación máxima
1, 25	0,576	0,000	0,720
2	0,179	0,0000	0,000
3	3,600	-	-
4, 14, 24, 28	0,365	0,000	0,871
5, 11, 15, 21	0,517	0,000	0,701
6, 12, 16, 22	0,517	0,000	0,819
7/8	2,000	0,000	0,992
9	1,250	-	-
10,20	0,694	0,000	0,931
13	0,179	0,000	0,000
17/18	2,000	0,000	0,992
19	0,125	-	-
23	0,179	0,000	0,000
26	0,179	0,000	0,000

27	0,909	-	-
----	-------	---	---

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección esta entre los perfiles de rampa lineal y rampa parabólica. Para las operaciones 1, 5, 11, 15, 21 y 25, las restricciones cinemáticas no permiten utilizar perfiles de rampa parabólica, por lo tanto, se selecciona automáticamente un perfil lineal, sin importar el valor del parámetro C. A continuación, se muestran los resultados del parámetro C

$$C_1 = C_{25} = \frac{F_{Ni_1}}{m_1 a_{\Delta_1}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_1}} = 0,0407 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal (por restricciones cinematicas)}$$

$$C_4 = C_{14} = C_{24} = C_{28} = \frac{F_{Ni_4}}{m_4 a_{\Delta_4}} = \frac{g}{a_{\Delta_4}} = 8,15 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_5 = C_{11} = C_{15} = C_{21} = \frac{F_{Ni_5}}{m_5 a_{\Delta_5}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_5}} = 0,0385 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal (por restricciones cinematicas)}$$

$$C_6 = C_{12} = C_{16} = C_{22} = \frac{F_{Ni_6}}{m_6 a_{\Delta_6}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_6}} = 0,0594 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_{10} = C_{20} = \frac{F_{Ni_{10}}}{m_{10} a_{\Delta_{10}}} = \frac{g}{a_{\Delta_{10}}} = 14,75 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

Se selecciona la saturación con base en las reglas de dedo mencionadas en la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN”**. Se escogerá el valor mínimo de la saturación para minimizar los requerimientos de potencia transitoria y minimizar las cargas. Utilizando las ecuaciones 36, 37, 43 y 57, se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 36**.

**Tabla 36. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de potencia nominal**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
1, 25	Lineal	0,2	0,578	2,508
4, 14, 24, 28	Lineal	0,7	0,129	2,358
5, 11, 15, 21	Lineal	0,2	0,548	2,652
6, 12, 16, 22	Lineal	0,2	0,355	1,716
10,20	Lineal	0,7	0,136	1,303



Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

## **e.2 Escenario: Minimización de consumo energético**

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 99. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 37**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 37. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de consumo energético.**

<b>Operación</b>	<b>Tiempo [s]</b>	<b>Saturación mínima</b>	<b>Saturación máxima</b>
<b>1, 25</b>	0,7503	0,0000	0,8460
<b>2</b>	0,1789	0,0000	0,0000
<b>3</b>	3,6000	-	-
<b>4, 14, 24, 28</b>	0,2644	0,0000	0,7363
<b>5, 11, 15, 21</b>	0,7107	0,0000	0,8548
<b>6, 12, 16, 22</b>	0,7107	0,0000	0,9087
<b>7/8</b>	2,0000	0,0000	0,9920
<b>9</b>	1,2500	-	-
<b>10, 20</b>	0,3331	0,0000	0,6505
<b>13</b>	0,1789	0,0000	0,0000
<b>17/18</b>	2,0000	0,0000	0,9920
<b>19</b>	0,1250	-	-
<b>23</b>	0,1789	0,0000	0,0000
<b>26</b>	0,1789	0,0000	0,0000
<b>27</b>	0,9090	-	-

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección esta entre los perfiles de rampa lineal y rampa parabólica. A continuación, se muestran los resultados del parámetro C.

$$C_1 = C_{25} = \frac{F_{Ni_1}}{m_1 a_{\Delta_1}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_1}} = 0,0690 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_4 = C_{14} = C_{24} = C_{28} = \frac{F_{Ni_4}}{m_4 a_{\Delta_4}} = \frac{g}{a_{\Delta_4}} = 4,28 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_5 = C_{11} = C_{15} = C_{21} = \frac{F_{Ni_5}}{m_5 a_{\Delta_5}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_5}} = 0,0728 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_6 = C_{12} = C_{16} = C_{22} = \frac{F_{Ni_6}}{m_6 a_{\Delta_6}} = \frac{C_f g}{a_{\Delta_6}} = 0,1125 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

$$C_{10} = C_{20} = \frac{F_{Ni_{10}}}{m_{10} a_{\Delta_{10}}} = \frac{g}{a_{\Delta_{10}}} = 3,40 \rightarrow \text{Perfil de rampa lineal}$$

Se selecciona la saturación con base en las reglas de dedo mencionadas en la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN**”. Para las operaciones 4, 10, 14, 20, 24 y 28 se utilizarán los criterios para minimizar potencia, debido al valor del parámetro C. Se escogerá el valor mínimo de la saturación para minimizar los requerimientos de potencia transitoria y minimizar las cargas. En el caso de las operaciones 1, 5, 11, 15, 21 y 25, el valor ideal para la saturación es 0,9, pero por las restricciones cinemáticas esta fue reducida al respectivo valor más cercano. Utilizando las ecuaciones 37 y 43 se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 38**.

**Tabla 38. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de consumo energético**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
1, 25	Lineal	0,84	0,2897	4,8273
4, 14, 24, 28	Lineal	0,4	0,2161	2,7252
5, 11, 15, 21	Lineal	0,85	0,2586	4,8512
6, 12, 16, 22	Lineal	0,65	0,1876	1,5084
10,20	Lineal	0,4	0,3431	3,4336

Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

### e.3 Escenario: Minimización de tiempo

Para definir el tiempo disponible para los ciclos críticos, se utilizará la ecuación 107. Se asumirá a priori, que los movimientos serán realizados con un perfil con rampa lineal, para calcular el rango de saturaciones posibles, sin exceder las restricciones cinemáticas. En el caso de los ciclos no críticos, estos serán llevados a cabo con una saturación específica, para obtener la combinación de velocidad y aceleración deseada. Los resultados se muestran en la **Tabla 39**. Se puede validar que, para estos ciclos críticos, el rango de saturaciones disponibles es amplio.

**Tabla 39. División de tiempos, caso de estudio 2: Minimización de tiempo**

Operación	Tiempo [s]	Saturación mínima	Saturación máxima
1, 25	0,7076	0,0000	0,8249
2	0,1789	0,0000	0,0000
3	3,6000	-	-
4, 14, 24, 28	0,2740	0,0000	0,7574
5, 11, 15, 21	0,6343	0,0000	0,8136
6, 12, 16, 22	0,6345	0,0000	0,8840
7/8	2,0000	0,0000	0,9920
9	1,2500	-	-
10, 20	0,5078	0,0000	0,8670
13	0,1789	0,0000	0,0000
17/18	2,0000	0,0000	0,9920
19	0,1250	-	-
23	0,1789	0,0000	0,0000
26	0,1789	0,0000	0,0000
27	0,9090	-	-

Si no existen consideraciones especiales para minimizar las vibraciones, la elección más apropiada es un perfil con rampa lineal. Conforme con lo expuesto en la sección la sección 4.4.” **METODOLOGÍA PARA LA SELECCIÓN DE LA SATURACIÓN**”, Se optará por un perfil triangular. Utilizando las ecuaciones 37 y 43, se calculan las velocidades y aceleraciones para cada operación. Los resultados se muestran en la **Tabla 40**.

**Tabla 40. Saturaciones para las operaciones críticas, caso de estudio 2: Minimización de tiempo**

Operación	Tipo de perfil	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
1, 25	Lineal	0	0,5653	1,5978
4, 14, 24, 28	Lineal	0	0,2920	2,132
5, 11, 15, 21	Lineal	0	0,5360	1,690
6, 12, 16, 22	Lineal	0	0,3467	1,093
10,20	Lineal	0	0,3151	1,241

Una vez definidos los tiempos, tipos de perfiles y saturaciones para cada perfil, la estrategia de optimización para este escenario se encuentra definida.

#### f. Etapa 6: Preselección de motores.

Una vez definida la estrategia de movimiento, se debe hacer una preselección de los motores candidatos a través de la metodología de potencia transitoria-energía cinética doble. Para ello, hay que establecer la relación de transmisión entre el receptor y el eje de salida del sistema de accionamiento. Se asumirá que los piñones que componen las transmisiones piñón-cremallera del sistema, tiene un radio de 1cm. En ese orden de ideas, la relación de transmisión del receptor a la salida del accionamiento sería igual a  $\frac{\omega}{V} = \frac{1}{r} = 100 \frac{rad}{m}$ . Se asumirá que la eficiencia de esta transmisión es  $\eta = 0,99$ . Los requerimientos de cada eje se muestran en la **Tabla 41**.

**Tabla 41. Requerimientos de cada accionamiento: Caso de estudio 2**

ESCENARIO	EJE	$\theta_l$ [rad]	$J_l$ [Kgm <sup>2</sup> ]	$M_l$ [mNm]	$\omega_l$ $\left[\frac{rad}{s}\right]$	$\alpha_l$ $\left[\frac{rad}{s^2}\right]$	$P[W]$	$W[J]$	$\dot{P}\left[\frac{W}{s}\right]$
1	X	20	$3,23 * 10^{-4}$	3,17	57,8	265,2	5,140	1,080	22,7
	Y	11	$1,31 * 10^{-4}$	1,29	35,5	171,6	0,846	0,166	3,87
	Z	8	$7,07 * 10^{-5}$	69,2	12,9	235,8	1,109	0,012	3,93
2	X	20	$3,23 * 10^{-4}$	3,17	29	485	4,640	0,271	76,03
	Y	11	$1,31 * 10^{-4}$	1,29	18,8	150,8	0,396	0,046	2,99
	Z	8	$7,07 * 10^{-5}$	69,2	21,6	273	1,914	0,033	5,27
3	X	20	$3,23 * 10^{-4}$	3,17	56,5	170	3,280	1,032	9,34
	Y	11	$1,31 * 10^{-4}$	1,29	34,7	109	0,413	0,158	1,56
	Z	8	$7,07 * 10^{-5}$	69,2	29,2	213	2,463	0,060	3,21

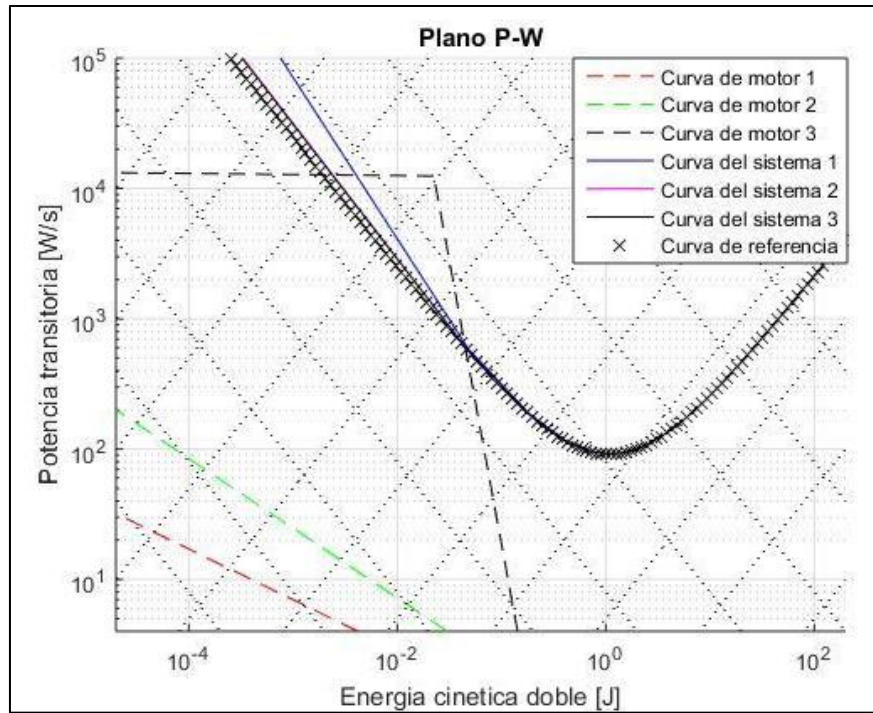
Con base en los requerimientos de potencia del receptor para cada uno de los escenarios propuestos, se seleccionaron una serie de motores candidatos, los cuales se muestran en la **Tabla 42**.

**Tabla 42. Caso de estudio 2: Motores preseleccionados**

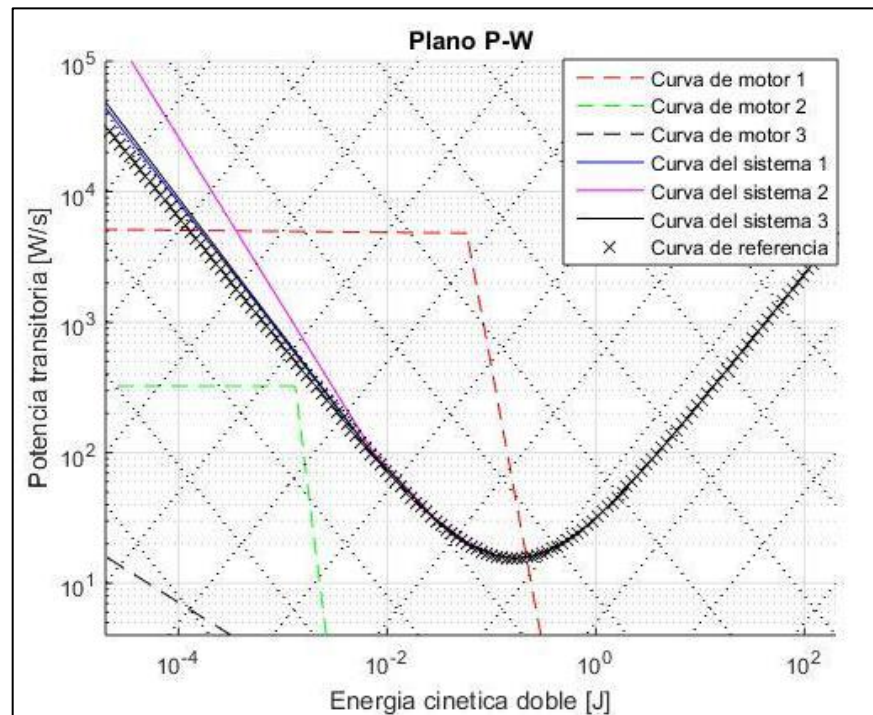
EJE	OPCIÓN	MARCA	REFERENCIA	POTENCIA NOMINAL [W]	VELOCIDAD ANGULAR [RPM]	PAR NOMINAL [N-m]	INERCI DEL ROTOR [Kg-m <sup>2</sup> ]
<b>X</b>	<b>Motor 1</b>	FAULHABER	SERIES-AM2224 [62]	2,9	1250	0,022	$2,53 * 10^{-7}$
	<b>Motor 2</b>	FAULHABER	SERIES-DM52100S [62]	31,4	6000	0,16	$8 * 10^{-7}$
	<b>Motor 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	45,4	7000	0,062	$2,7 * 10^{-7}$
<b>Y</b>	<b>Motor 1</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	45,4	7000	0,062	$2,7 * 10^{-7}$
	<b>Motor 2</b>	FAULHABER	SERIES 2610 B SC [63]	1,6	7000	0,0031	$0,3 * 10^{-7}$
	<b>Motor 3</b>	CITIZEN	CORELESS NC- 133302 [64]	3	14000	0,012	$0,43 * 10^{-7}$
<b>Z</b>	<b>Motor 1</b>	FAULHABER	SERIES-AM2224 [62]	2,9	1250	0,022	$2,53 * 10^{-7}$
	<b>Motor 2</b>	FAULHABER	SERIES 2610 B SC [63]	1,6	7000	0,0031	$0,3 * 10^{-7}$
	<b>Motor 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	45,4	7000	0,062	$2,7 * 10^{-7}$

### **f.1 Escenario: Minimización de potencia nominal**

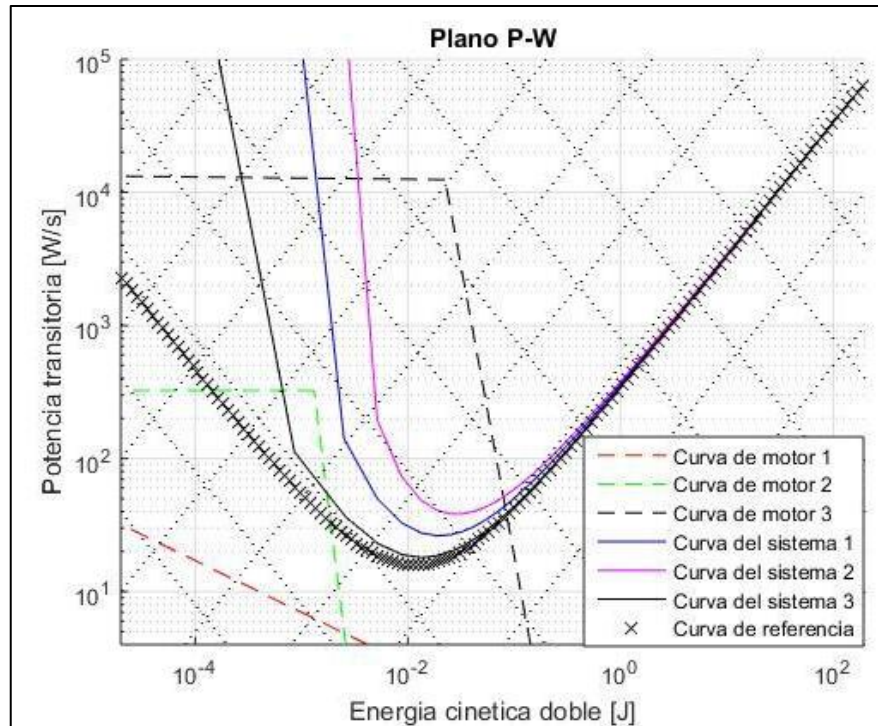
Tomando los datos de la **Tabla 41** y la **Tabla 42**, y asumiendo que no hay perdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización de potencia nominal. Los resultados se muestran en las figuras **68 - 70**. La **Tabla 43** muestra las relaciones de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.



**Figura 68. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal**



**Figura 69. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal**

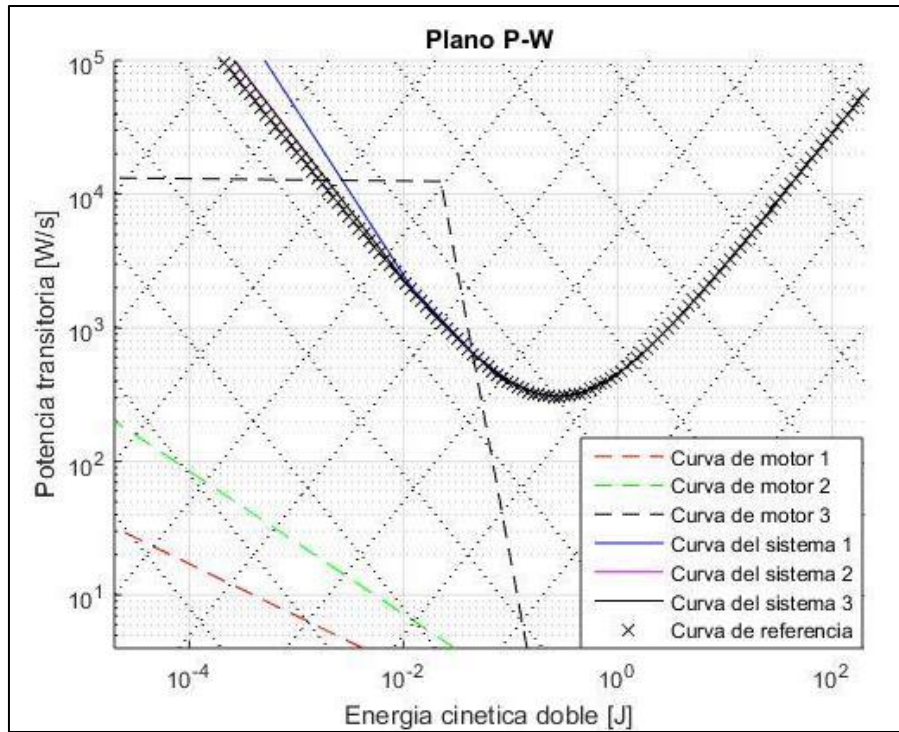


**Figura 70. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de potencia nominal**

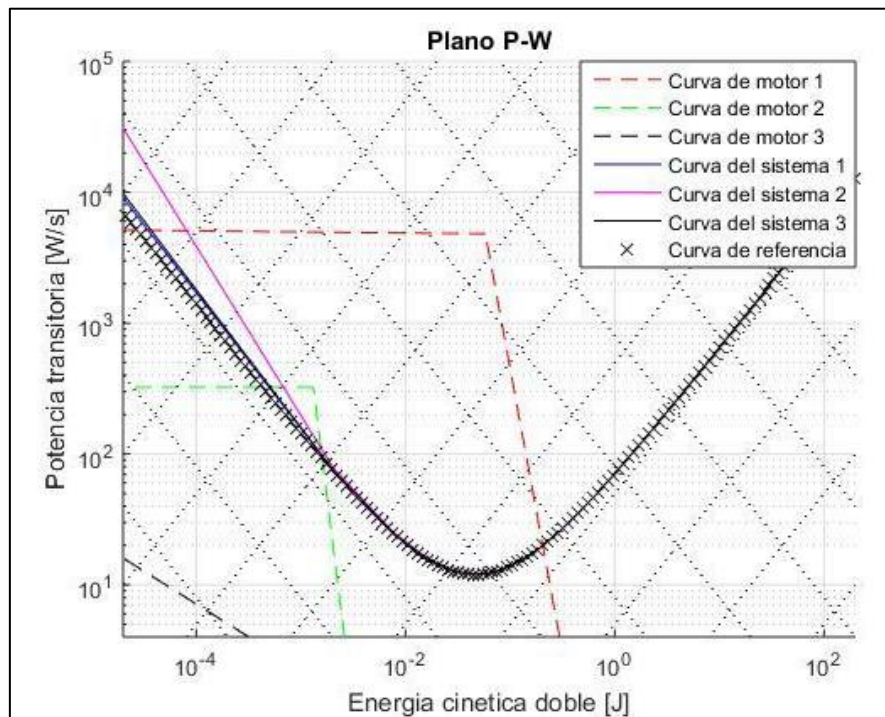
## **f.2 Escenario: Minimización de consumo energético**

Tomando los datos de la **Tabla 41** y la **Tabla 42**, y asumiendo que no hay pérdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización de consumo energético. Los resultados se muestran en las figuras **71 - 73**. La **Tabla 43** muestra las relaciones de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.



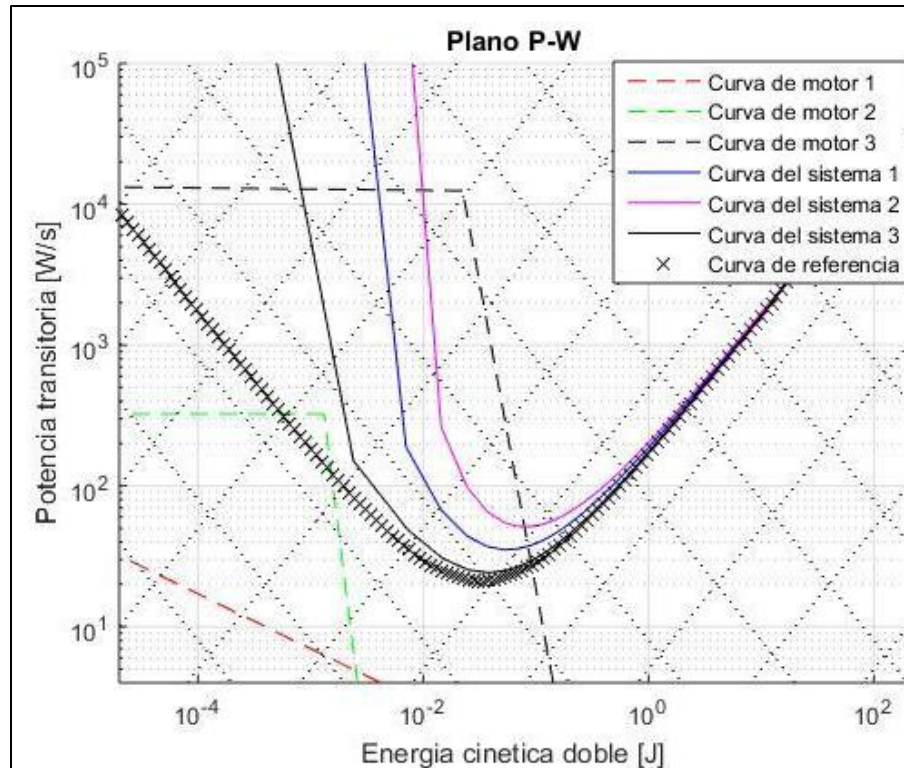


**Figura 71. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético**



**Figura 72. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético**

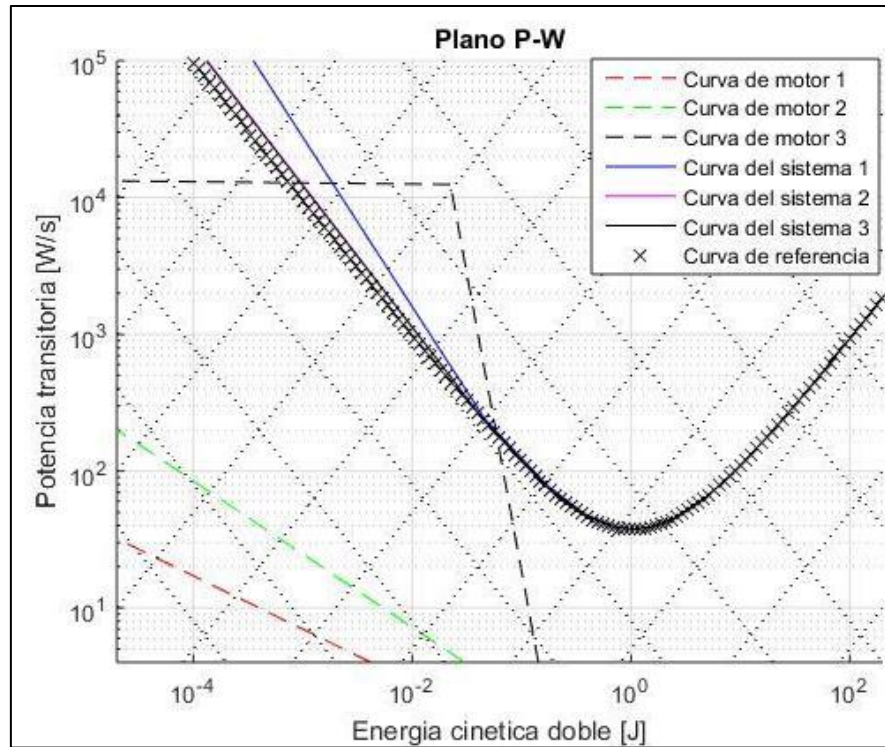




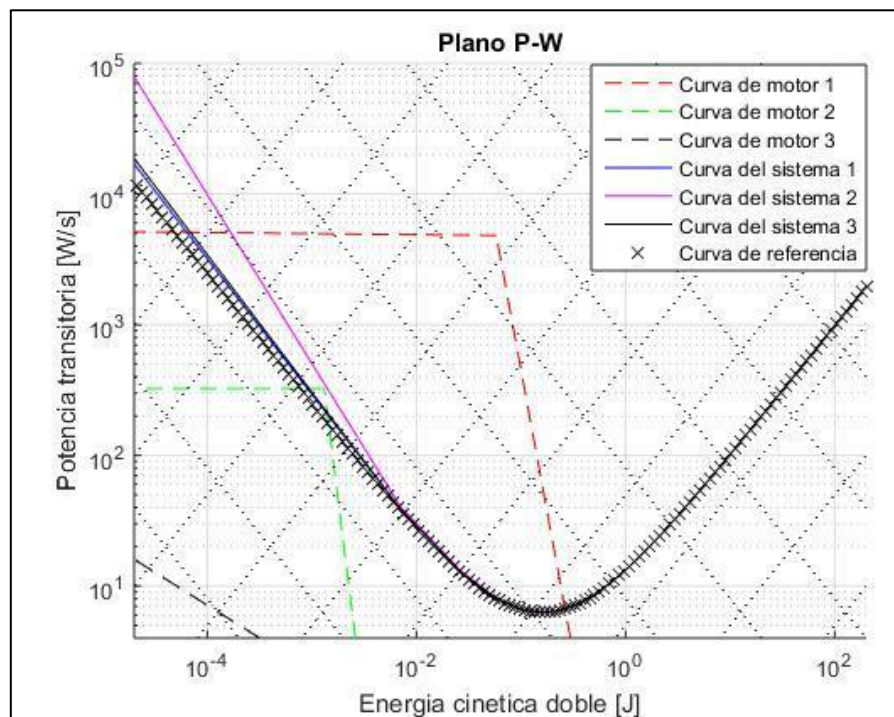
**Figura 73. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de consumo energético**

### **f.3 Escenario: Minimización de tiempo**

Tomando los datos de la **Tabla 41** y la **Tabla 42**, y asumiendo que no hay pérdidas en la transmisión, se generan los diagramas de P-W para el escenario de minimización de tiempos. Los resultados se muestran en las figuras **74-76**. La **Tabla 43** muestra las relaciones de transmisión posibles para cada motor, de acuerdo con la relación entre las energías cinéticas y el factor  $k$  establecida en la ecuación 23.



**Figura 74. Curva P-W eje X: Caso de estudio 2, minimización de tiempos**



**Figura 75. Curva P-W eje Y: Caso de estudio 2, minimización de tiempos**

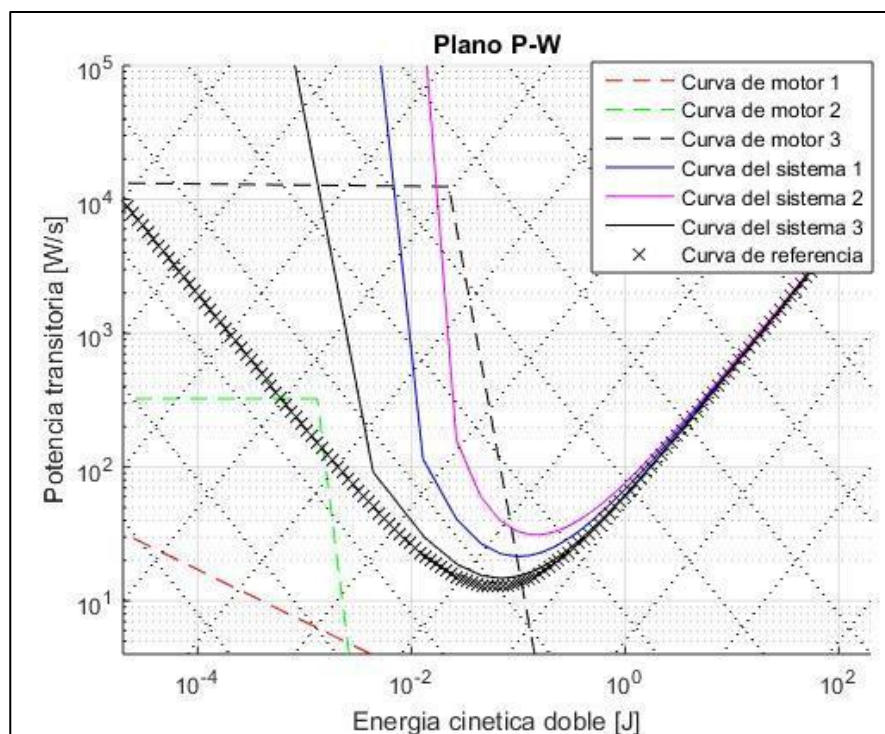


Figura 76. Curva P-W eje Z: Caso de estudio 2, minimización de tiempos

Tabla 43. Resultados del método P-W Caso de estudio II

Eje	Escenario	Motor	Cumple/No cumple	$W_{m_{min}}$ [J]	$W_{m_{max}}$ [J]	$k_{min}$	$k_{max}$	$J_l$ [ $Kgm^2 * 10^{-7}$ ]	$J_m$ [ $Kgm^2 * 10^{-7}$ ]	$i_{min}$	$i_{max}$
X	1	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	0,00238	0,045	0,0469	0,204	3230	2,7	1,62	7,06
	2	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	0,00192	0,0444	0,0842	0,405	3230	2,7	2,91	14,00
	3	Opción 1	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	Cumple	0,000956	0,059	0,0304	0,239	3230	2,7	1,05	8,27
Y	1	Opción 1	Cumple	0,000168	0,263	0,0318	1,259	1313	7	0,436	17,24
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		Opción 3	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
	2	Opción 1	Cumple	0,0000346	0,205	0,0274	2,111	1313	7	0,376	28,91
		Opción 2	Cumple	0,00068	0,00156	0,1216	0,1842	1313	0,3005	8,04	12,17
		Opción 3	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
	3	Opción 1	Cumple	0,0000638	0,264	0,0201	1,293	1313	7	0,275	17,70
		Opción 2	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---

		<b>Opción 3</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
<b>Z</b>	<b>1</b>	<b>Opción 1</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 2</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,000273	0,0846	0,1508	2,655	707	2,7	2,44	42,97
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,000273	0,0846	0,1508	2,655	707	2,7	2,44	42,97
	<b>2</b>	<b>Opción 1</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 2</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,000822	0,0901	0,1578	1,652	707	2,7	2,55	26,74
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,000822	0,0901	0,1578	1,652	707	2,7	2,55	26,74
	<b>3</b>	<b>Opción 1</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 2</b>	No cumple	---	---	---	---	---	---	---	---
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,00133	0,1044	0,1489	1,319	707	2,7	2,41	21,35
		<b>Opción 3</b>	Cumple	0,00133	0,1044	0,1489	1,319	707	2,7	2,41	21,35

A pesar de que la opción 2 para el eje Y, cumple con el criterio de potencia transitoria-energía cinética doble, esta alternativa se descarta, puesto que el rango de valores de relación de transmisión donde se puede operar es muy limitado.

#### **g. Etapa 7: Selección definitiva de accionamientos**

Antes de aplicar el método de par-constante de tiempo electromecánica, es necesario definir la relación de transmisión entre el eje del motor y el eje el receptor, de acuerdo con los criterios presentados en la sección “**Etapa 7: Selección definitiva de accionamientos**”. En ese orden de ideas, en el caso de la potencia y la energía, se optará por tomar el valor de transmisión más bajo posible, para minimizar las perdidas en los árboles de transmisión, mientras que para minimizar el tiempo se utilizará la estrategia planteada en la sección “**4.5 METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES**”. Se asumirá que la eficiencia entre el eje del motor y el eje del receptor es 95%.

Para el escenario de minimización de tiempos, se calculará la relación de transmisión máxima que satisfaga la inecuación 10, ya que si esta relación no se satisface implica que la mejor alternativa es utilizar una estrategia trapezoidal. Además de lo anterior, para todos los escenarios se calculará la relación de transmisión máxima que satisfaga la inecuación 8, si es imposible operar bajo relaciones de transmisión menores o iguales a esta, esto implica que se debe incrementar la saturación del perfil asumido inicialmente para disminuir la velocidad. La relación de transmisión seleccionada para cada motor en cada escenario se muestra en la **Tabla 44**.

**Tabla 44. Selección de relaciones de transmisión. Caso de estudio II**

Eje	Escenario	Motor	$i_{critico}$	$\frac{\omega_{m_{max}}}{\omega_l}$	$i_{opt_{\Delta}}$	$i_{opt_{\blacksquare}}$	$i$	Observaciones
X	1	Opción 3	---	12,68	---	---	7	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 7.
	2	Opción 3	---	4,51	---	---	14	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 14. Fue requerido modificar la saturación.
	3	Opción 3	5,6	17,51	36,63	7,18	8	Se utilizará un perfil trapezoidal
Y	1	Opción 1	---	2,26	---	---	7	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 14. Fue requerido modificar la saturación.
	2	Opción 1	---	4,52	---	---	10	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 10. Fue requerido modificar la saturación.
	3	Opción 1	3,5	3,13	26,71	4,81	6	Se tomo como primera opción el valor óptimo para perfiles trapezoidales, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 6. Se requiere utilizar perfil trapezoidal.
Z	1	Opción 3	---	12,68	---	---	10	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 10
	2	Opción 3	---	25,30	---	---	9	Se tomo como primera opción el valor mínimo validado por el método P-W, sin embargo, al no satisfacer los requerimientos de constante de tiempo hubo necesidad de incrementar su valor a 9
	3	Opción 3	7,6	17,5	36,62	9,56	10	Se requiere utilizar perfil trapezoidal



Con los resultados de la **Tabla 44**, se aplica el método par-constante de tiempo electromecánica. La información técnica utilizada para llevar a cabo esta metodología se encuentra en el **ANEXO 1. INFORMACIÓN TÉCNICA DE MOTORES CANDIDATOS PARA EL METODO PAR-CONSTANTE ELECTROMECAÁNICA**.<sup>15</sup> La fuerza total que el motor puede aportar al receptor ( $F_{ml}$ ), se puede calcular como  $F_{ml} = M_m * \eta_{global} * i_{global}$ . Los resultados del método se muestran en la **Tabla 45**.

**Tabla 45. Resumen método par-constante electromecánica caso de estudio II**

Eje	Esce nario	Motor	Cumple/N o cumple	$J_{eq} [Kg\,m^2]$	$i$	$\Gamma [s]$	$T_a [s]$	$F_{ml} [N]$	$F [N]$
<b>X</b>	<b>1</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$7,0 * 10^{-6}$	7	0,03	0,21	41,77	8,80
	<b>2</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$1,9 * 10^{-6}$	14	< 0,01	0,05	27,55	15,84
	<b>3</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$5,4 * 10^{-6}$	8	< 0,01	0,21	47,80	6,48
<b>Y</b>	<b>1</b>	<b>Opción 1</b>	Cumple	$3,0 * 10^{-6}$	7	0,19	0,21	14,73	2,36
	<b>2</b>	<b>Opción 1</b>	Cumple	$1,6 * 10^{-6}$	10	0,10	0,12	20,97	2,09
	<b>3</b>	<b>Opción 1</b>	Cumple	$4,0 * 10^{-6}$	6	0,25	0,32	12,65	2,39
<b>Z</b>	<b>1</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$3,6 * 10^{-6}$	10	0,02	0,05	59,53	8,51
	<b>2</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$4,3 * 10^{-6}$	9	0,06	0,08	53,56	8,77
	<b>3</b>	<b>Opción 3</b>	Cumple	$3,6 * 10^{-6}$	10	0,02	0,09	59,53	8,53

Se puede validar mediante la **Tabla 45**. Puesto que para cada eje hay una única opción posible de motor, se procede a hacer la selección definitiva de los mismos sin tener que recurrir a otro criterio para tomar esta decisión. Los resultados de la selección definitiva de sistemas de accionamiento para este caso de estudio se muestran en la **Tabla 46**.

**Tabla 46. Selección definitiva de sistema de accionamiento. Caso de estudio II**

Eje	Escenario	Motor	Marca	Referencia	$i$
<b>X</b>	<b>1</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	7
	<b>2</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	14
	<b>3</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	8

<sup>15</sup> No se encontró referencia al coeficiente de amortiguamiento en los catálogos, por ende, se tomó como cero para tomar un valor conservador en términos de la constante de tiempo electromecánica.

<b>Y</b>	<b>1</b>	<b>Opción 1</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	7
	<b>2</b>	<b>Opción 1</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	10
	<b>3</b>	<b>Opción 1</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	6
<b>Z</b>	<b>1</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	10
	<b>2</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	9
	<b>3</b>	<b>Opción 3</b>	FAULHABER	SERIES-DM40100R [62]	10

### 5.3.3 Validación de metodología para definir la estrategia de movimiento

Para validar la metodología para definir la estrategia de movimiento, se calculó la suma de potencias, consumos energéticos y potencias transitorias en los escenarios definidos en la **Tabla 18**, para comparar los resultados obtenidos en estos escenarios, con los resultados obtenidos aplicando la metodología propuesta. La **Tabla 47** muestra dicha comparación para el caso de estudio I, mientras que la **Tabla 48** muestra la comparación con estos escenarios para el caso de estudio II. Los resultados completos de estas estrategias de movimiento están disponibles en el **ANEXO 2. RESULTADOS ESCENARIOS ALTERNATIVOS DE ESTRATEGÍAS DE MOVIMIENTO**.

**Tabla 47. Comparación de resultados entre distintas estrategias de movimiento. Caso de estudio I**

Escenario	Suma de potencias [KW]	Desviación relativa [%]	Suma de consumos energéticos [KJ]	Desviación relativa [%]	Suma de potencias transitoria [W/s]	Desviación relativa [%]
<b>Metodologia aplicada</b>	161,15	0,0%	7679,59	0,0%	213,17	0,0%
<b>Escenario 1</b>	310,00	92,4%	7775,97	1,3%	260,34	22,1%
<b>Escenario 2</b>	233,11	44,7%	7704,00	0,3%	329,50	54,6%
<b>Escenario 3</b>	455,87	182,9%	7755,10	1,0%	309,42	45,2%
<b>Escenario 4</b>	342,49	112,5	7692,56	0,2%	391,61	83,7%
<b>Escenario 5</b>	139,65	-13,3	7647,28	-0,4%	213,13	-0,02%

En la **Tabla 47**, se puede observar que la metodología permite obtener resultados favorables en términos de potencia, consumo energético y requerimientos de potencia transitoria. Vale la pena destacar que en los escenarios 1-4 se obtuvieron desviaciones entre 44,7%-112,5% en los

resultados obtenidos con respecto a los resultados aplicando la metodología en cuanto a suma de potencias, y al emplear el escenario optimo, la suma de potencias solo disminuye en un 13,3%, lo cual es un error aceptable.

En términos de energía, la diferencia entre utilizar o no utilizar la metodología es insignificante. Lo anterior se debe a que las cargas no inerciales son muy pequeñas, y por ende su efecto es despreciable. Finalmente, los escenarios 1-4 se obtuvieron desviaciones entre 22,1%-83,7% en los resultados obtenidos con respecto a los resultados aplicando la metodología en cuanto a suma de potencias transitorias, y al emplear el escenario optimo, la suma de potencias transitorias solo disminuye en un 0,02 %, lo cual es un error insignificante.

**Tabla 48. Comparación de resultados entre distintas estrategias de movimiento. Caso de estudio II**

Escenario	Suma de potencias [W]	Desviación relativa [%]	Suma de consumos energéticos [J]	Desviación relativa [%]	Suma de potencias transitoria [W/s]	Desviación relativa [%]
<b>Metodologia aplicada</b>	6,75	0,0%	3,23	0,0%	13,88	0,0%
<b>Escenario 1</b>	10,36	53,5%	14,67	354,2%	26,77	92,9%
<b>Escenario 2</b>	8,61	27,6%	13,01	302,8%	33,88	144,1%
<b>Escenario 3</b>	7,23	7,1%	12,67	292,3%	25,72	85,3%
<b>Escenario 4</b>	5,79	-14,2%	7,26	124,8%	32,56	134,6%
<b>Escenario 5</b>	3,72	-44,9%	3,03	-6,2%	4,68	-66,3%

En la **Tabla 48**, se puede observar que la metodología permite, en términos generales, obtener resultados favorables en términos de potencia, consumo energético y requerimientos de potencia transitoria, sin embargo, se evidencian diferencias apreciables en los resultados de los escenarios propuestos. Vale la pena destacar que en los escenarios 1-3 se obtuvieron desviaciones entre 7,1%-53,5% en los resultados obtenidos con respecto a los resultados aplicando la metodología en cuanto a suma de potencias, sin embargo, en el escenario 4 se observa una disminución de 14,2% con respecto a la metodología y al emplear el escenario optimo, la suma de potencias disminuye en un 44,9%, lo cual es un error muy elevado. Si bien la metodología muestra resultados positivos con respecto a la mayoría de los escenarios, está lejos de alcanzar resultados óptimos. Esto se debe a que la metodología parte del supuesto de que no hay superposición, y de que cada eje lleva a cabo



un único movimiento crítico. Al no satisfacer estos supuestos, la distribución de tiempos y de saturaciones, empiezan a mostrar diferencias con respecto al valor óptimo.

En términos de energía, en los otros escenarios se obtuvieron desviaciones entre 124,8-354,2%. Lo anterior se debe a que a diferencia del caso de estudio 1, en este escenario se manejan aceleraciones muy elevadas, por lo cual las cargas inerciales tienen una incidencia importante en la cinética del mecanismo, lo cual hace que la diferencia obtenida al emplear o no la metodología es significativa. Con respecto al valor óptimo, la disminución en la suma de consumos es solo de 6,2%, un error aceptable.

Finalmente, en términos de potencia transitoria los escenarios 1-5 se obtuvieron desviaciones entre 85,3% - 144,1% en los resultados obtenidos con respecto a los resultados aplicando la metodología en cuanto a suma de potencias transitorias, sin embargo, al comparar contra el escenario óptimo, la suma de potencias transitorias disminuye en un 66,3%.

Estos resultados permiten demostrar que cuantas más operaciones presenten superposición, y cuantos más movimientos críticos tenga un eje, la metodología va a presentar mayores divergencias con respecto a los valores óptimos, sin embargo, en términos generales sigue siendo superior a estrategias de movimiento tradicionales, como los escenarios 1-4. Además de lo anterior, el escenario 5 implica uso de *Solver*, el cual puede llevar a soluciones validas desde el punto de vista matemático, pero eventualmente ineficientes desde el punto de vista técnico, ya que estos podrían producir cambios importantes en las cargas con respecto a la metodología, producto de los incrementos en las aceleraciones, las cuales se muestran en el **ANEXO 1. INFORMACIÓN TÉCNICA DE MOTORES CANDIDATOS PARA EL METODO PAR-CONSTANTE ELECTROMECAÁNICA.**

#### 5.3.4 Validación del método P-W modificado

Para validar la metodología P-W modificada, se compararán los resultados obtenidos con respecto al método tradicional, en materia de su capacidad para definir cuales motores satisfacen o no los requerimientos dinámicos del sistema. Estos resultados se muestran en la **Tabla 49.**

**Tabla 49. Comparación método P-W modificado y método P-W tradicional**

Eje	Escenario	Motor	Caso de estudio I		Caso de estudio II	
			Método P-W modificado	Método P-W tradicional	Método P-W modificado	Método P-W tradicional

			Cumple/No cumple	Cumple/No cumple	Cumple/No cumple	Cumple/No cumple
X	1	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
	2	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
	3	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
Y	1	Opción 1	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 3	No cumple	No cumple	No cumple	No cumple
	2	Opción 1	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
		Opción 2	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
		Opción 3	No cumple	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Opción 1	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	Cumple
		Opción 3	No cumple	No cumple	No cumple	No cumple
Z	1	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	Cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
	2	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	Cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple
	3	Opción 1	Cumple	No cumple	No cumple	No cumple
		Opción 2	Cumple	No cumple	No cumple	Cumple
		Opción 3	Cumple	Cumple	Cumple	Cumple

Para el caso de estudio 1, el número de coincidencias entre el método tradicional y el método modificado es de 12/27 (44,4%). Esto quiere decir que en el 55,6% de los casos, el método P-W tradicional, tomo decisiones erronas respecto a que motor era o no capaz de cumplir con los requerimientos dinámicos del sistema. Por otro lado, al llevar a cabo la comparación entre el método P-W tradicional y el método P-W modificado para el caso de estudio II, se puede observar que el número de coincidencias es de 23/27 (85,2%), lo cual implica que solo el 14,8% de los eventos el método P-W tradicional conlleva a decisiones erróneas.

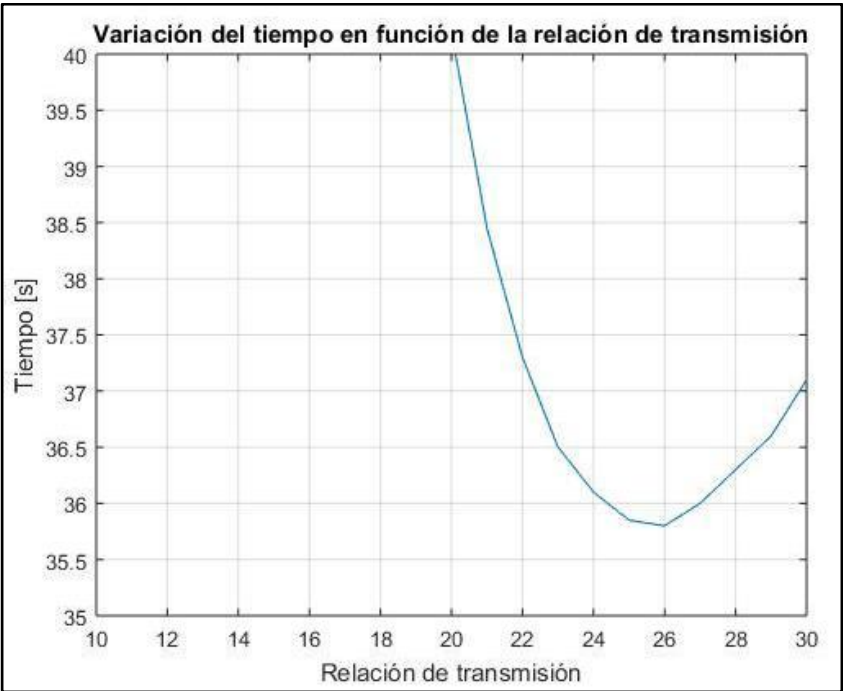
Los resultados obtenidos son razonables, puesto que en el caso de estudio I, las aceleraciones son muy pequeñas, por lo tanto hay un efecto más contundente de las cargas no inerciales sobre la

dinámica del sistema, especialmente en el eje Z donde el porcentaje de aciertos es solo de 11,1%, mientras que en el caso de estudio II, las aceleraciones son mucho más grandes, por lo cual las cargas no inerciales tienen un mayor peso, teniendo un porcentaje de aciertos de 100% en el eje X, de 88,8% en el eje Y y de 66,7% en el eje Z, donde se presentan la mayor cantidad de errores, precisamente debido a que es el eje donde hay mayor efecto de las cargas no inerciales debido al peso.

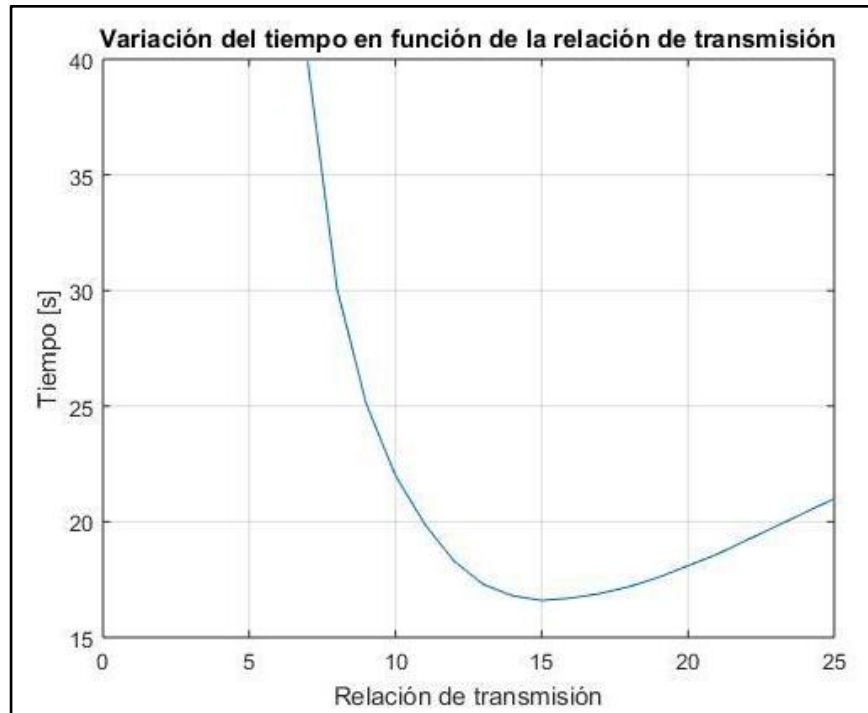
### 5.3.5 Validación de método de relación de transmisión óptima modificado

Para validar el método de relación de transmisión óptima modificado, en las tablas 50- 52 se muestran los resultados obtenidos para el caso de estudio 1, mientras que las tablas 53-55 muestran los resultados obtenidos para el caso de estudio 2.

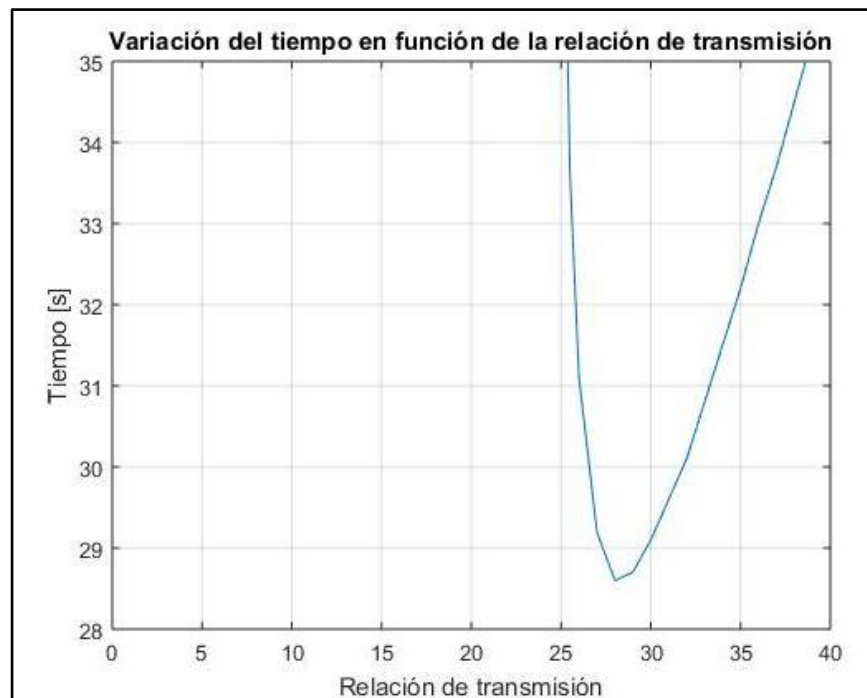
**Tabla 50. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje x, Opción 2**



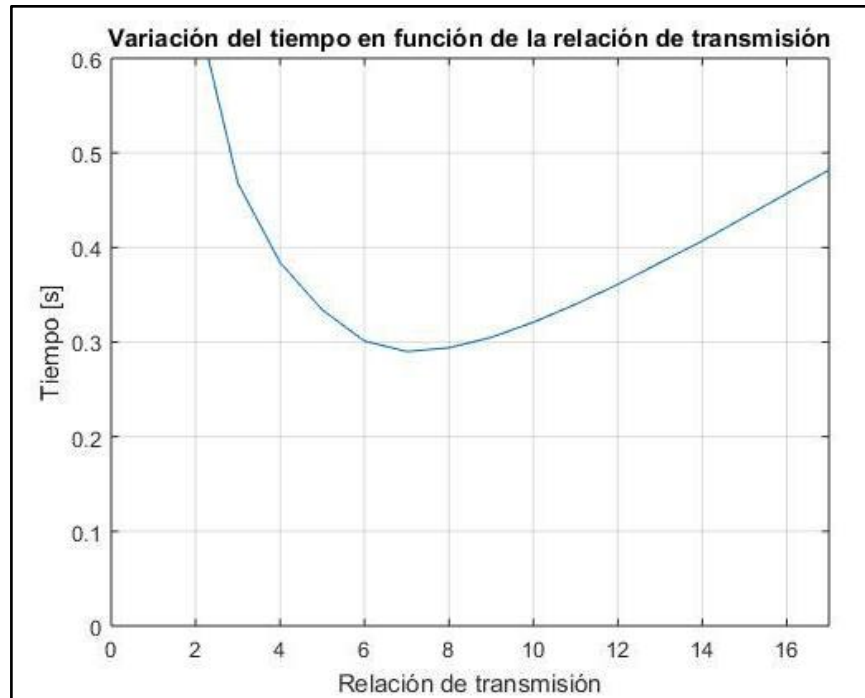
**Tabla 51. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje y, Opción 2**



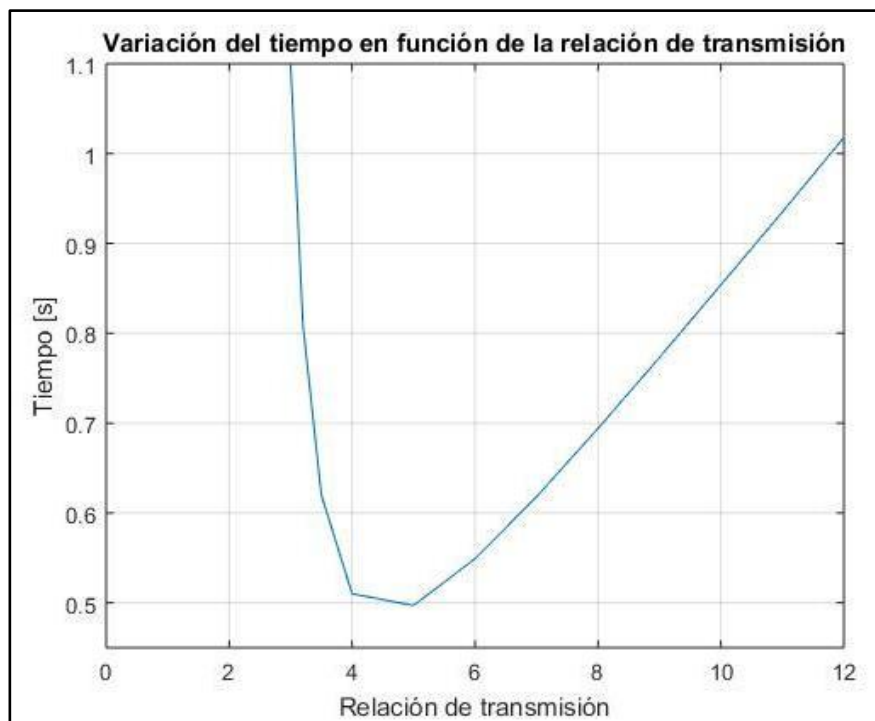
**Tabla 52. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio I, eje z, Opción 3**



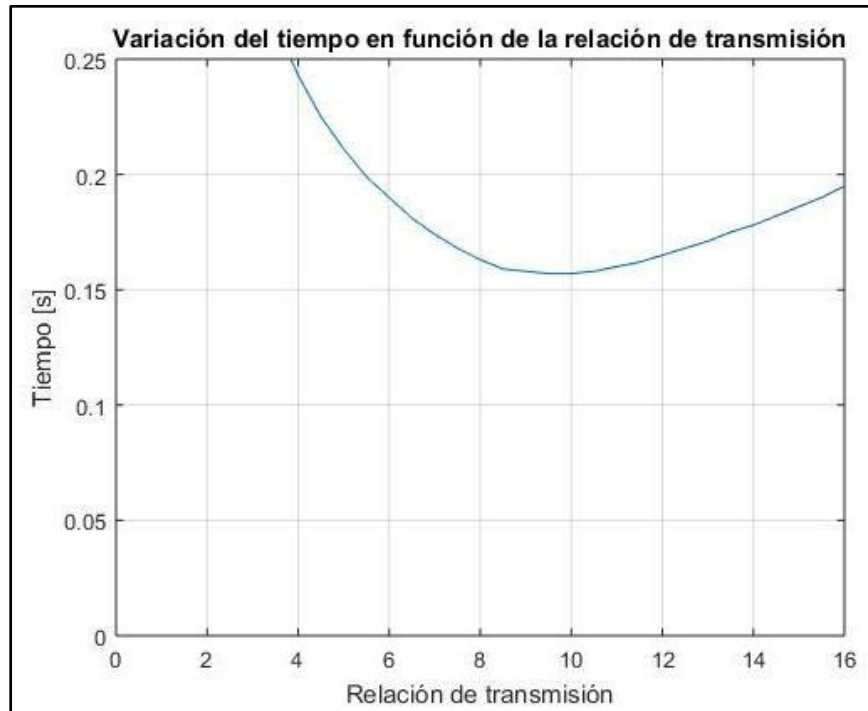
**Tabla 53. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje x, Opción 3**



**Tabla 54. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje y, Opción 1**



**Tabla 55. Impacto de la relación de transmisión en el tiempo requerido, Caso de estudio II, eje z, Opción 3**



Con estas gráficas, se puede comprobar que el uso de la relación de transmisión optima en el sistema de accionamiento, tiene resultados favorables en términos de tiempo, para un mismo motor, permitiendo ahorros de tiempo importantes que pueden ser la clave para maximizar la tasa máxima que puede manejar un manipulador cartesiano, especialmente cuando se considera un accionamiento rápido, como es la situación del caso de estudio II.

## **6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **6.1 CONCLUSIONES**

La presente investigación tuvo como finalidad desarrollar una metodología para el diseño selección de sistemas de accionamiento eléctricos que permitiera minimizar los requerimientos de tiempo, consumo energético y potencia en manipuladores cartesianos, de acuerdo con las prioridades del caso de aplicación, con base en su estrategia de movimiento, considerando la incidencia de cargas no inerciales. Al finalizar este estudio, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El tipo de perfil empleado para la ejecución de las operaciones tiene una gran importancia en tema de potencia nominal, consumo energético y tiempo requerido. Se demostró que mediante el uso de perfiles cuadráticos se puede minimizar la velocidad del receptor, mientras que para minimizar las vibraciones lo ideal es utilizar un perfil con curva-S o senoidal. En términos de tiempo, la mejor alternativa es utilizar un perfil de rampa lineal, sin embargo, en términos de potencia y/o consumo energético, el perfil cuadrático puede dar un mayor rendimiento si las restricciones cinemáticas impiden utilizar determinado rango de saturaciones. Finalmente, se demostró que los perfiles de rampa exponencial no presentan ninguna ventaja significativa en cuanto a los criterios de optimización propuestos en este trabajo de maestría.
- La distribución de tiempos y selección de la saturación durante la definición de la estrategia de movimiento son un paso clave en la síntesis del sistema, ya que determinan parámetros cinemáticos y dinámicos relevantes del receptor. Este estudio valida que la potencia nominal, el consumo energético y el tiempo requerido pueden ser minimizados desde la estrategia de movimiento. La metodología asume que se opera en un escenario crítico, en el cual no hay superposición entre movimientos ni múltiples operaciones críticas por eje.
- En términos de potencia requerida se pudo validar que el uso de la metodología permite llegar a resultados positivos con respecto a estrategias de movimiento tradicionales (en este trabajo se reportaron desviaciones de hasta 182% en la suma de potencias cuando no se utilizó la metodología), incluso si los resultados tienen diferencias con respecto a escenarios óptimos desde el punto de vista matemático. La potencia en particular es un parámetro en el cual la estrategia de movimiento tiene un fuerte impacto sin importar

que tan dominante sea el efecto de las cargas no inerciales, ya que, para cualquier valor del parámetro  $C$ , se puede observar un efecto positivo de la aplicación de la metodología sobre los resultados obtenidos en comparación con los resultados obtenidos con estrategias de movimiento tradicionales.

- En cuanto a consumo energético, la estrategia de movimiento solo tiene un impacto considerable cuando las cargas no inerciales son despreciables con respecto a las cargas inerciales, ya que de lo contrario no se observarán las virtudes de este método, como se demostró en el caso de estudio II, ya que el consumo energético asociado a cargas no inerciales abarcara un porcentaje considerable del consumo energético total, lo cual hará que el consumo energético asociado a cargas inerciales tenga una participación mínima, (en este trabajo se reportaron desviaciones de hasta 354% en la suma de consumos energéticos cuando no se utilizó la metodología).
- En cuanto a la potencia transitoria, este parámetro también se ve afectado por la definición de la estrategia de movimiento, sin importar si las cargas no inerciales son o no despreciables con respecto a las inerciales, sin embargo, el efecto de la estrategia de movimiento sobre el mismo será más marcado en la medida que las aceleraciones del sistema incrementen, como se demostró en el caso de estudio II, (en este trabajo se reportaron desviaciones de hasta 144% en la suma de potencias transitorias cuando no se utilizó la metodología).
- La metodología de potencia transitoria tradicional presenta falencias al momento de llevar a cabo la preselección de motores cuando hay presencia de cargas no inerciales, puesto que la presencia de cargas no inerciales produce alteraciones significativas en la curva del sistema, tanto en su geometría como en la ubicación y valor del mínimo de la curva, (en el caso 1, fallo en el proceso de preselección más del 50% de las ocasiones). En ese orden de ideas se recomienda utilizar el método P-W modificado para mejorar la eficiencia del proceso de preselección de motores.
- La relación de transmisión optima, puede presentar variaciones significativas cuando se incluye el efecto de cargas no inerciales, como se demostró en el capítulo **METODOLOGÍA DE RELACIÓN DE TRANSMISIÓN OPTIMA CONSIDERANDO CARGAS NO INERCIALES**. Escoger transmisiones con valores que disten mucho de la relación de transmisión optima, puede derivar en



incrementos considerables en los requerimientos de tiempo, lo cual puede conducir a resultados no deseados en términos de las tasas que debe satisfacer el manipulador. Es importante tener en cuenta que la relación de transmisión también tiene un impacto en el transitorio eléctrico, puesto que modifica la inercia equivalente en el rotor, por lo cual esta relación de transmisión debe ser seleccionada teniendo en cuenta también los parámetros eléctricos del motor, de manera que la constante de tiempo electromecánica sea menor o igual a la tercera parte del tiempo de aceleración.

- Cuando los tiempos de aceleración son lo suficientemente grandes, los tiempos asociados al transitorio eléctrico son insignificantes, puesto que son muy pequeños en comparación con el tiempo de aceleración, como se pudo demostrar en el caso de estudio I. En la medida en que los tiempos de aceleración se vuelven más pequeños, la constante de tiempo eléctrica empieza a tener valores más cercanos a los mismos, lo cual puede implicar que eventualmente el tiempo de aceleración sea tan pequeño que el motor no logre completar la duración del transitorio eléctrico en los tiempos que lo requiere el sistema. Esto hace importante la necesidad de validar que se satisfaga el criterio de par-constante de tiempo electromecánica.

## **6.2 RECOMENDACIONES Y OPORTUNIDADES DE INVESTIGACIÓN**

Como recomendaciones finales para continuar con esta línea de investigación, se propone abordar los siguientes temas:

- Ampliar el estudio a otro tipo de manipuladores donde la inercia rotacional puede variar de acuerdo con la posición del mecanismo, tales como manipuladores SCARA, articulados, pórticos, manipuladores paralelos y manipuladores híbridos.
- Desarrollar modelos y/o metodologías que permitan definir de manera más precisa la estrategia de movimiento cuando haya movimientos superpuestos.
- Desarrollar modelos y/o metodologías que permitan ampliar la metodología a cargas que dependan de la velocidad.
- Desarrollar modelos y/o metodologías que permitan ampliar la metodología a cargas que no sean constantes.

- Desarrollar modelos que permitan encontrar una relación de transmisión optima desde el punto de vista energético, considerando perdidas en la transmisión y perdidas eléctricas en el motor.
- Validar la metodología para otros casos de estudio en accionamientos rápidos.

## ANEXOS

### ANEXO 1. INFORMACIÓN TÉCNICA DE MOTORES CANDIDATOS PARA EL METODO PAR-CONSTANTE ELECTROMECAÁNICA.

Motor candidato	$R [\Omega]$	$V [V]$	$I [A]$	$K_m \left[ \frac{Nm}{A} \right]$	$K_b \left[ \frac{Vs}{rad} \right]$	$B \left[ \frac{Nm}{\frac{rad}{s}} \right]$
LSK 1124M-Codigo 5	1,39	500	38,5	1,69	1,78	0
LSK 1124M-Codigo 6	0,61	500	58	1,13	1,20	0
GH 225S-Codigo 3	0,028	460	575	1,72	1,77	0
PENTA-7LA	0,42	180	9,8	0,49	0,56	0
LSK 1124L Código 4	3,26	400	17,5	4,72	3,41	0
GH 225S-Codigo 2	0,019	420	740	1,43	1,47	0
GH 225S-Codigo 1	0,023	460	625	1,59	1,64	0
GH 250MK-Codigo 1	0,017	520	810	1,98	2,04	0
SERIES-DM40100R	30	48	0,47	0,13	0,04	0

### ANEXO 2. RESULTADOS ESCENARIOS ALTERNATIVOS DE ESTRATEGÍAS DE MOVIMIENTO

#### ANEXO 2A. RESULTADOS ESCENARIOS ALTERNATIVOS DE ESTRATEGIAS DE MOVIMIENTO. CASO DE ESTUDIO I

Escenario de comparación	Escenario de optimización	Operación	Tiempo [s]	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
1	Potencia, consumo energético, tiempo	2	50,17	0	0,997	0,040
		3	50,17	0	1,993	0,079
		4	50,17	0	0,399	0,016
2	Potencia, consumo energético, tiempo	2	50,17	1/3	0,748	0,045
		3	50,17	1/3	1,495	0,089
		4	50,17	1/3	0,299	0,018
3	Potencia, consumo energético, tiempo	2	33,44	0	1,495	0,089
		3	66,89	0	1,495	0,045
		4	66,89	0	0,299	0,009
4	Potencia, consumo energético, tiempo	2	33,44	1/3	1,211	0,101
		3	66,89	1/3	1,211	0,050
		4	66,89	1/3	0,224	0,010
5	Potencia	2	67,73	0,95	0,378	0,242
		3	32,60	0,42	2,165	0,228

		4	32,60	0,58	0,389	0,056
<b>5</b>	Consumo energético	2	37,96	0,96	0,672	0,923
		3	62,38	0,97	0,813	0,899
		4	62,38	0,99	0,161	0,517
<b>5</b>	Tiempo	2	42,74	0	1,170	0,055
		3	57,59	0	1,736	0,060
		4	57,59	0	0,347	0,012

## ANEXO 2B RESULTADOS ESCENARIOS ALTERNATIVOS DE ESTRATEGIAS DE MOVIMIENTO. CASO DE ESTUDIO II

Escenario de comparación	Escenario de optimización	Operación	Tiempo [s]	Saturación seleccionada	Velocidad máxima [m/s]	Aceleración máxima [m/s <sup>2</sup> ]
<b>1</b>	Potencia, consumo energético, tiempo	1, 25	0,506	0	0,791	3,129
		4, 14, 24, 28	0,506	0	0,158	0,626
		5, 11, 15, 21	0,506	0	0,672	2,660
		6, 12, 16, 22	0,506	0	0,435	1,721
		10,20	0,506	0	0,316	1,252
<b>2</b>	Potencia, consumo energético, tiempo	1, 25	0,506	1/3	0,593	3,521
		4, 14, 24, 28	0,506	1/3	0,119	0,704
		5, 11, 15, 21	0,506	1/3	0,504	2,992
		6, 12, 16, 22	0,506	1/3	0,326	1,936
		10,20	0,506	1/3	0,237	1,408
<b>3</b>	Potencia, consumo energético, tiempo	1, 25	0,867	0	0,462	1,065
		4, 14, 24, 28	0,173	0	0,462	5,325
		5, 11, 15, 21	0,734	0	0,462	1,253
		6, 12, 16, 22	0,734	0	0,298	0,811
		10,20	0,347	0	0,462	2,663

<b>4</b>	Potencia, consumo energético, tiempo	1, 25	0,867	1/3	0,346	1,198
		4, 14, 24, 28	0,173	1/3	0,346	5,990
		5, 11, 15, 21	0,734	1/3	0,346	1,409
		6, 12, 16, 22	0,734	1/3	0,224	0,912
		10,20	0,347	1/3	0,346	2,995
<b>5</b>	Potencia	1, 25	0,770	0,31	0,396	1,493
		4, 14, 24, 28	0,314	0,67	0,153	2,943
		5, 11, 15, 21	0,691	0,37	0,361	1,646
		6, 12, 16, 22	0,691	0,37	0,232	1,074
		10,20	0,255	0,09	0,575	4,977
<b>5</b>	Consumo energético	1, 25	0,893	0,89	0,237	5,000
		4, 14, 24, 28	0,207	0,50	0,258	5,000
		5, 11, 15, 21	0,691	0,85	0,267	5,000
		6, 12, 16, 22	0,691	0,90	0,167	5,000
		10,20	0,346	0,68	0,275	5,000
<b>5</b>	Tiempo	1, 25	0,401	0	0,999	4,987
		4, 14, 24, 28	0,342	0	0,234	1,371
		5, 11, 15, 21	0,847	0	0,401	0,948
		6, 12, 16, 22	0,847	0	0,260	0,614
		10,20	0,256	0	0,624	4,874

## REFERENCIAS

- [1] B. Avital y V. Clement, «Agricultural robots for field operations: Concepts and components.», *Biosyst. Eng.*, vol. 153, pp. 94-111, 2016, doi: <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2016.06.014>.
- [2] B. Avital y V. Clement, «Agricultural robots for field operations. Part 2: Operations and systems», *Biosyst. Eng.*, vol. 153, pp. 110-128, 2017, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2016.11.004>.
- [3] M. Longtao, C. Gongpei, L. Yadong, C. Yongjie, F. Longsheng, y G. Yoshinori, «Design and simulation of an integrated end-effector for picking kiwifruit by robot.», *Inf. Process. Agric.*, vol. 7, pp. 58-71, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.inpa.2019.05.004>.
- [4] B. Farah, «A methodology for the selection of industrial robots in food handling.», *Innov. Food Sci. Emerg. Technol.*, vol. 64, pp. 1-9, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ifset.2020.102379>.
- [5] N. H. Hoai, H. Assad, E. Rivière-Lorphèvre, O. Verlinden, y K. Ahmadi, «Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations.», *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 61, pp. 1-16, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2019.101852>.
- [6] S. Garnier, K. Subrin, y K. Waiyagan, «Modelling of robotic drilling», *Procedia CIRP*, vol. 58, pp. 416-421, 2017, doi: [doi: 10.1016/j.procir.2017.03.246](https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.246).
- [7] P. Urhal, A. Weightman, C. Diver, y P. Bartolo, «Robot assisted additive manufacturing: A review», *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 59, pp. 335-345, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2019.05.005>.
- [8] L. Furtado, E. Villani, L. Trabasso, y R. Suterio, «A method to improve the use of 6-dof robots as machine tools», *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, pp. 1-16, 2017, doi: [DOI 10.1007/s00170-017-0336-8](https://doi.org/10.1007/s00170-017-0336-8).
- [9] C. Yin Lai, D. Villacis Chavez, y · Songlin Ding, «Transformable parallel-serial manipulator for robotic machining», *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 97, pp. 2987-2996, 2018, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-018-2170-z>.
- [10] M. Ghadiri Nejad, S. Mahdi Shavaran, H. Güden, y R. Vatankhah Barenji, «Process sequencing for a pick-and-place robot in a real-life flexible robotic cell», *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 103, pp. 3613-3627, 2019, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03739-6>.
- [11] F. Dallari, G. Marchet, y M. Melacini, «Design of order picking system», *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 42, pp. 1-12, 2008, doi: [10.1007/s00170-008-1571-9](https://doi.org/10.1007/s00170-008-1571-9).
- [12] L. Fengchun, Y. Jiang, L. Tiemin, F. Yixiao, y C. Shuqing, «Design of a robot end effector with measurement system for precise pick-and-place of square objects.», *Procedia Manuf.*, vol. 48, pp. 172-180, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.12.003>.
- [13] J. Fernandes, F. Silva, R. Campilho, G. Pinto, y A. Baptista, «Intralogsitics and industry 4.0: designing a novel shuttle picking system.», *Procedia Manuf.*, vol. 38, pp. 1801-1832, 2019.
- [14] A. Björnsson, M. Jonsson, y K. Johansen, «Automated material handling in composite manufacturing using pick-and-place systems – a review», *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 51, pp. 222-229, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.12.003>.
- [15] E. Bottani, A. Volpi, y R. Montanari, «Design and optimization of order picking systems: An integrated procedure and two case studies», *Comput. Ind. Eng.*, n.º 137, pp. 1-17, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106035>.
- [16] Z. Bi, C. Luo, Z. Miao, B. Zhang, W. Zhang, y L. Wang, «Safety assurance mechanisms of collaborative robotic systems in manufacturing.», *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 67, pp. 1-10, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2020.102022>.
- [17] M. Alexovič, Y. Dotsikas, P. Bober, y J. Sabo, «Achievements in robotic automation of solvent extraction and related approaches for bioanalysis of pharmaceuticals», *J. Chromatogr.*, vol. 1092, pp. 402-421, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jchromb.2018.06.037>.

- [18] M. Daneshmand, O. Bilici, A. Bolotnikova, y A. Gholamreza, «Medical robots with potential applications in participatory and opportunistic remote sensing: A review», *Robot. Auton. Syst.*, vol. 95, pp. 160-180, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2017.06.009>.
- [19] C. Domenech Mestres, C. Riba I Romeva, y J. Bergas Jane, «Contribució a les bases metodològiques per a la selecció i dimensionament de l'accionament i la transmissió per a moviments ràpids, en base al mètode P-K», PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, España, 2016.
- [20] I. Pardo, «El cambio climático, ¿Reto para la Responsabilidad Social Empresarial?», *Rev. Int. Organ.*, vol. 13, pp. 39-53, 2014.
- [21] J. Gonzalez Coneo, C. Riba I Romeva, V. Quiroz Mariano, y H. Maury, «Aplicación de métodos para el diseño y selección de accionamientos rápidos», *Ing. Desarro.*, vol. 20, pp. 78-94, 2006.
- [22] R. Barros y H. Maury, «Estrategias de movimiento en sistemas de accionamientos rápidos para manipuladores de múltiples grados de libertad», Tesis de maestría, Universidad del Norte, Colombia, 2010.
- [23] C. Domenech, C. Riba I Romeva, X. Romeva, J. Pla Biosca, G. Sans, y H. Maury, «Comparative Analysis of Triangular and Trapezoidal Speed Diagrams as Strategies for Rapid Movements», *7th Int. Res. Conf. Trends Dev. Mach. Assoc. Technol.*, vol. 1, 2003.
- [24] H. Gilberti, S. Cinquemani, y G. Legnani, «A Practical Approach to the Selection of the Motor-Reducer Unit in Electric Drive Systems», *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 29, pp. 309-319, 2011, doi: <https://doi.org/10.1080/15397734.2011.543048>.
- [25] H. Gilberti, S. Cinquemani, y G. Legnani, «Effects of transmission mechanical characteristics on the choice of a motor-reducer», *Mechatronics*, vol. 20, n.º 5, pp. 604-610, 2010, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2010.06.006>.
- [26] D. Chen y L. Tsai, «The generalized principle of inertia match for geared robotic mechanisms», *IEEE Int. Conf. Robot. Autom. ICRA*, 1991, doi: 10.1109/ROBOT.1991.131788.
- [27] G. Cusimano, «Optimization of the choice of the system electric drive-device--transmission for mechatronic applications», *Mech. Mach. Theory*, vol. 42, n.º 1, pp. 48-65, 2007, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2006.02.003>.
- [28] G. Cusimano, «Generalization of a method for the selection of drive systems and transmissions under dynamic loads», *Mech. Mach. Theory*, vol. 40, n.º 5, pp. 530-558, 2005, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.002>.
- [29] S. Gonzalez y D. Carrica, «Análisis de perfiles de velocidad en accionamientos de tipo incremental», Chile, 2000, pp. 219-226.
- [30] S. A. Gonzalez, «Nuevas técnicas en el accionamiento de máquinas de movimiento incremental», PhD thesis, Universidad Nacional del Mar de Plata, Argentina, 2006.
- [31] D. Jones, «Selecting step motors vs servo motors», *Proceedings Electrical Electron. Insul. Conf. Electr. Manuf. Coil Wind. Conf.*, 2002, doi: 10.1109/EEIC.1995.482389.
- [32] F. Roos, H. Johansson, y J. Wikander, «Optimal selection of motor and gearhead in mechatronic applications», *Mechatronics*, vol. 16, n.º 1, pp. 63-72, 2006, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2005.08.001>.
- [33] A. Bowling y O. Khatib, «Actuator selection for desired dynamic performance», *IEEE Int. Conf. Intell. Robots Syst.*, 2002, doi: 10.1109/IRDS.2002.1044044.
- [34] M. Said Abdel, «Advanced motor drives control in mechatronic technology», *IEEE SMC99 Conf. Proc. 1999 IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybern. Cat No99CH37028*, 2002, doi: 10.1109/ICSMC.1999.815531.
- [35] H. Van da Straete, J. De Schutter, y R. Belmans, «An efficient procedure for checking performance limits in servo drive selection and optimization», *IEEEASME Trans. Mechatron.*, vol. 4, n.º 4, 1999, doi: 10.1109/3516.809516.

- [36] L. Gerbaud, J. Bignon, y G. Champenois, «Expert system bases to automate selection of drive structures», *IEEE Proc. IECON 93 - 19th Annu. Conf. IEEE Ind. Electron.*, 1993, doi: 10.1109/IECON.1993.339052.
- [37] J. Park, «Motion profile planning of repetitive point-to-point control for maximum energy conversion efficiency under acceleration conditions», *Mechatronics*, vol. 6, n.º 6, pp. 649-663, 1996, doi: [https://doi.org/10.1016/0957-4158\(96\)00012-8](https://doi.org/10.1016/0957-4158(96)00012-8).
- [38] K. Pasch y W. Seering, «On the Drive Systems for High-Performance Machines», *Mech. Transm. Autom. Des.*, vol. 106, n.º 1, pp. 102-108, 1984, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3258545>.
- [39] T. Izumi, Z. Li, y H. Zhou, «A reduction ratio for minimizing dissipated energy in a mechatronic system with a gear train», *Mechatronics*, vol. 18, n.º 10, pp. 529-535, 2008, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2008.07.001>.
- [40] J. Barnett, M. Duke, C. Kit Au, y S. Him Lim, «Work distribution of multiple Cartesian robot arms for kiwifruit harvesting», *Comput. Electron. Agric.*, vol. 169, pp. 1-9, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2019.105202>.
- [41] T. Lin, R. Quoqiang, Y. Ying, G. Chowdhary, y K. Ting, «Agricultural robotics research applicable to poultry production: A review», *Comput. Electron. Agric.*, vol. 169, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2020.105216>.
- [42] G. Cusimano, «Choice of motor and transmission in mechatronic applications: Non-rectangular dynamic range of the drive system», *Mech. Mach. Theory*, vol. 85, pp. 35-52, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.10.004>.
- [43] G. Cusimano, «Influence of the reducer efficiencies on the choice of motor and transmission: Torque peak of the motor», *Mech. Mach. Theory*, vol. 67, pp. 122-151, 2013, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.04.006.
- [44] G. Cusimano, «Choice of electrical motor and transmission in mechatronic applications: The torque peak», *Mech. Mach. Theory*, vol. 46, n.º 9, pp. 1207-1235, 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.04.009>.
- [45] L. Zhou, S. Bai, y M. Rygaard, «Design optimization on the drive train of a light-weight robotic arm», *Mechatronics*, vol. 21, n.º 3, pp. 560-569, 2011, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2011.02.004>.
- [46] M. Pettersson y J. Olvander, «Drive Train Optimization for Industrial Robots», *IEEE Trans. Robot.*, vol. 25, n.º 6, pp. 1419-1424, 2009, doi: 10.1109/TRO.2009.2028764.
- [47] C. Choi, S. Jung, S. Kim, J. Lee, T. Choe, y S. Chung, «A motor selection technique for designing a manipulator», *IEEE Int. Conf. Robot. Autom. ICRA*, 2007, doi: 10.1109/ICCAS.2007.4406782.
- [48] V. Quiroz y H. Maury, «Simulación dinámica de sistemas de accionamiento rápido Con motores paso a paso empleando diferentes perfiles de velocidad», Tesis de maestría, Universidad del Norte, Colombia, 2006.
- [49] T. Haskew y D. Schinstock, «Optimal Design of Electromechanical Actuator for Active Loads», *IEEE Trans. Mechatronics*, vol. 3, n.º 2, pp. 129-137, 1998, doi: 10.1109/3516.686681.
- [50] J. Vaidya, «Motor selection for actuation systems», *IEEE Expo. Electr. Electron. Insul. Conf.*, doi: 10.1109/EEIC.1995.482392.
- [51] K. Ogata, «Análisis de la respuesta transitoria», en *Ingeniería de control moderna*, 3.ª ed., Bogotá: Prentice Hall, 1998, pp. 134-156.
- [52] C. Qiu, G. Wang, M. Meng, y Y. Shen, «A novel control strategy of regenerative braking system for electric vehicles under safety critical driving situations», *Energy*, vol. 149, pp. 329-340, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.02.046>.
- [53] M. Günay, M. Korkmaz, y R. Özmen, «An investigation on braking systems used in railway vehicles», *Eng. Sci. Technol. Int. J.*, vol. 23, n.º 2, pp. 421-431, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2020.01.009>.



- [54] K. Ulrich y S. Eppinger, «Especificaciones del producto», en *Diseño & desarrollo de productos*, 5.<sup>a</sup> ed., Mexico: Mc Graw Hill, 2013, pp. 93-118.
- [55] Jan Braun, «Libro de fórmulas-Maxon Motor». 2013, [En línea]. Disponible en: [https://www.maxongroup.es/medias/sys\\_master/8806471139358.pdf?mime=application%2Fpdf&realname=maxon\\_libroformulas.pdf](https://www.maxongroup.es/medias/sys_master/8806471139358.pdf?mime=application%2Fpdf&realname=maxon_libroformulas.pdf).
- [56] «Occupational Safety and Health Administration: 1926.553 - Base-mounted drum hoists.» 2010, [En línea]. Disponible en: <https://www.osha.gov/laws-regs/regulations/standardnumber/1926/1926.553>.
- [57] Crane Manufacturers Association of America, «CMMA SPECIFICATIONS 70. Specifications for top running bridges and gantry type multiple girder electric overhead traveling cranes.» 2000.
- [58] EMG (ELECTRO MACHINES COMPANY), «EMG- MOTOR A CORRENTE CONTINUA GH225-450». [En línea]. Disponible en: <https://pdf.directindustry.es/pdf-en/emg-emco/direct-current-motors-gh225-450/120075-816839.html>.
- [59] MOTOR POWER COMPANY, «MOTORE CC PENTA». [En línea]. Disponible en: [https://www.motorpowerco.com/media/filer\\_public/3d/3a/3d3a8ccf-cd9a-4a87-98b7-a448cfcae6be/penta\\_catalogo\\_ita.pdf](https://www.motorpowerco.com/media/filer_public/3d/3a/3d3a8ccf-cd9a-4a87-98b7-a448cfcae6be/penta_catalogo_ita.pdf).
- [60] LSK, «LSK 1124L Código 4». [En línea]. Disponible en: <https://pdf.directindustry.es/pdf-en/leroy-somer/lsk/8355-777633.html>.
- [61] Baldor, «Baldor product CDPWD3605». [En línea]. Disponible en: <https://www.baldor.com/catalog/CDPWD3605?fbclid=IwAR2MJnsB88I3muhNKhG0Oq8vv0H8l6vC4f fepcGQJTeu1G4VBfeLLJ8-ym4#tab=%22performance%22>.
- [62] FAULHABER, «FAULHABER Drive Systems 2020-2021». [En línea]. Disponible en: <https://pdf.directindustry.es/pdf-en/faulhaber/faulhaber-catalogue-2020-2021-drive-systems-evolved/7023-911045.html#open>.
- [63] FAULHABER, «FAULHABER Brushless DC-Flat Motors». [En línea]. Disponible en: [https://www.faulhaber.com/fileadmin/Import/Media/EN\\_2610\\_B\\_SC\\_DFF.pdf](https://www.faulhaber.com/fileadmin/Import/Media/EN_2610_B_SC_DFF.pdf).
- [64] CITIZEN, «CITIZEN CORELESS DC MOTOR». [En línea]. Disponible en: <https://ccj.citizen.co.jp/en/product/coreless/nc-1333.html>.